



Universidad Autónoma de Baja California

Instituto de Investigación y Desarrollo Educativo

**“ANÁLISIS DE LAS INTERACCIONES EN  
AULAS DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA”**

TESIS

Que para obtener el grado de

*DOCTOR EN CIENCIAS EDUCATIVAS*

Presenta

*Mario García Salazar*

Directora de tesis:

Dra. María Guadalupe Moreno Bayardo

Ensenada, B. C., México, 14 de diciembre de 2012



Ensenada, B.C. a 15 de noviembre de 2012

**ASUNTO:** Voto aprobatorio al trabajo de tesis para el grado de Doctor en Ciencias Educativas.

**Dr. Lewis Samson McAnally Salas**  
**Coordinador del Doctorado en Ciencias Educativas**  
**Presente.**

Después de haber efectuado una revisión minuciosa sobre el trabajo de tesis presentado por el **C. Mario García Salazar**, me permito comunicarle que he dado mi **VOTO APROBATORIO** al mencionado trabajo. Con base en lo anterior, dicho documento se considera listo para su defensa en el examen de grado de Doctor en Ciencias Educativas, sobre su trabajo titulado:

**“Análisis de las interacciones en aulas de matemáticas de secundaria”.**

Esperando reciba el presente de conformidad, quedo de Usted.

Atentamente

Dra. Dolores Graciela Cordero Arroyo



Ensenada, B.C. a 15 de Noviembre de 2012

**ASUNTO:** Voto aprobatorio al trabajo de tesis para el grado de Doctor en Ciencias Educativas.

**Dr. Lewis Samson McAnally Salas**  
**Coordinador del Doctorado en Ciencias Educativas**  
Presente.

Después de haber efectuado una revisión minuciosa sobre el trabajo de tesis presentado por la C. **Mario García Salazar**, me permito comunicarle que he dado mi **VOTO APROBATORIO** al mencionado trabajo. Con base en lo anterior, dicho documento se considera listo para su defensa en el examen de grado de Doctor en Ciencias Educativas, sobre su trabajo titulado:

*"Análisis de las interacciones en aulas de matemáticas de secundaria".*

Esperando reciba el presente de conformidad, quedo de Usted.

Atentamente

Dr. Joaquín Caso Niebla



Ensenada, B.C. a 15 de noviembre de 2012

**ASUNTO:** Voto aprobatorio al trabajo de tesis para el grado de Doctor en Ciencias Educativas.

**Dr. Lewis Samson McAnally Salas**  
**Coordinador del Doctorado en Ciencias Educativas**  
**Presente.**

Después de haber efectuado una revisión minuciosa sobre el trabajo de tesis presentado por el C. **Mario García Salazar**, me permito comunicarle que he dado mi **VOTO APROBATORIO** al mencionado trabajo. Con base en lo anterior, dicho documento se considera listo para su defensa en el examen de grado de Doctor en Ciencias Educativas, sobre su trabajo titulado:

**“Análisis de las interacciones en aulas de matemáticas de secundaria”.**

Esperando reciba el presente de conformidad, quedo de Usted.

Atentamente

---

Dr. Eduardo Backhoff Escudero



Ensenada, B.C. a 15 de noviembre de 2012

**ASUNTO:** Voto aprobatorio al trabajo de tesis para el grado de Doctor en Ciencias Educativas.

**Dr. Lewis SamsonMcAnally Salas**  
**Coordinador del Doctorado en Ciencias Educativas**  
**Presente.**

Después de haber efectuado una revisión minuciosa sobre el trabajo de tesis presentado por el C. **Mario García Salazar**, me permito comunicarle que he dado mi **VOTO APROBATORIO** al mencionado trabajo. Con base en lo anterior, dicho documento se considera listo para su defensa en el examen de grado de Doctor en Ciencias Educativas, sobre su trabajo titulado:

**“Análisis de las interacciones en aulas de matemáticas de secundaria”.**

Esperando reciba el presente de conformidad, quedo de Usted.

Atentamente

Una firma manuscrita en tinta que parece ser "M. Cervantes Salazar", escrita sobre una línea horizontal.

Dr. Maximiliano Cervantes Salazar



Ensenada, B.C. a 15 de noviembre de 2012

**ASUNTO:** Voto aprobatorio al trabajo de tesis para el grado de Doctor en Ciencias Educativas.

**Dr. Lewis Samson McAnally Salas**  
**Coordinador del Doctorado en Ciencias Educativas**  
**Presente.**

Después de haber efectuado una revisión minuciosa sobre el trabajo de tesis presentado por el C. **Mario García Salazar**, me permito comunicarle que he dado mi **VOTO APROBATORIO** al mencionado trabajo. Con base en lo anterior, dicho documento se considera listo para su defensa en el examen de grado de Doctor en Ciencias Educativas, sobre su trabajo titulado:

**“Análisis de las interacciones en aulas de matemáticas de secundaria”.**

Esperando reciba el presente de conformidad, quedo de Usted.

Atentamente

Dra. María Guadalupe Moreno Bayardo



DEPARTAMENTO  
DE ESTUDIOS  
EN EDUCACION

## Resumen ejecutivo

Con los resultados de matemáticas obtenidos en las pruebas de PISA, ENLACE y Excale, surge la necesidad de estudiar las interacciones al interior de las aulas de matemáticas en secundaria. Con este fin, se realizó la grabación en video y audio de las interacciones de tres grupos de secundaria, mismas que dieron un total de cuarenta y nueve horas clase registradas, transcritas y analizadas. Así, con elementos teórico – metodológicos aportados por la microetnografía, el interaccionismo simbólico en la educación matemática, el estudio empírico de la situación escolar y el enfoque ontológico – semiótico de la cognición matemática, entre otros referentes, la presente investigación presenta los resultados del análisis y las implicaciones que suponen, tanto para el maestro, alumnos y conocimiento, los modos de interacción al interior de aulas de matemáticas. Finalmente, sólo como vinculación que puede dar lugar a hipótesis de estudios posteriores, se dan a conocer los resultados de ENLACE que lograron los grupos estudiados antes y después de las observaciones.

**Palabras clave:** *interacción, matemáticas, secundaria, educación, análisis.*

Dedico este trabajo a Aidé,  
esposa entrañable y compañera de vida  
que me mantiene con los pies en la tierra.

A mis hijos Mariana y Edgar,  
quienes aguantaron que papá no estuviera por irse a estudiar.

*Un profundo agradecimiento a  
la Dra. María Guadalupe Moreno Bayardo  
por su paciencia de santo, por su guiar de sabio,  
por su acompañamiento de hermano.*

# Índice

<b>Resumen</b> .....	1
<b>Introducción</b> .....	4
<b>1. Planteamiento del problema.</b> .....	8
1.1 Los resultados en matemáticas de las pruebas a gran escala .....	8
1.2 Antecedentes sobre las actividades al interior de las clases de matemáticas.....	14
1.3 Pregunta de investigación y propósitos .....	17
<b>2. Los estudios de interacciones en matemáticas</b> .....	20
<b>3. Consideraciones teóricas</b> .....	26
3.1 Interacción.....	26
3.1.1 La adecuación del interaccionismo simbólico en la educación matemática	26
3.1.2 Caracterización del interaccionismo simbólico en la educación matemática	28
3.1.3 La unidad mínima de interacción .....	33
3.2 El estudio empírico de la situación escolar .....	35
3.3 Enfoque ontológico – semiótico .....	40
3.4 Elementos que orientaron el análisis e interpretación de las interacciones.....	49
3.4.1 Elementos comunes para el análisis e interpretación .....	49
3.4.2 Elementos distintivos considerados en el análisis e interpretación .....	50
3.5 Enfoque didáctico de los programas de estudio de matemáticas en secundaria .	52
<b>4. Construcción metodológica</b> .....	56
4.1 Método .....	56
4.1.1 Tipo de estudio .....	59
4.2 Participantes .....	60
4.3 La observación .....	62
4.4 La entrevista.....	65
4.5 Ruta de investigación .....	67
4.5.1 Momentos de desarrollo .....	67
4.5.2 Secuencia de actividades para el análisis de los registros de observación	69
<b>5. Las interacciones del grupo de 3° de la Secundaria A.</b> .....	73
5.1 Contexto del grupo .....	73
5.2 El control de las interacciones al interior del aula .....	80
5.3 Interactuando para saber hacer.....	94
5.4 Los significados e implicaciones de controlar las interacciones para saber hacer matemáticas.....	96
<b>6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria B</b> .....	99
6.1 Contexto del grupo .....	99
6.2 Interacciones alternadas entre maestro y alumnos.....	106

---

6.3 Un esquema para interactuar en la construcción del conocimiento .....	121
6.4 Significados e implicaciones de interactuar compartidamente en la construcción del conocimiento .....	124
<b>7. Las interacciones del grupo de 1° de la Secundaria C.....</b>	<b>127</b>
7.1 Contexto del grupo .....	128
7.2 Organizando las interacciones par trabajar por equipos .....	132
7.3 Un solo camino para interactuar en clase.....	140
7.4 Algunos significados e implicaciones de interactuar con una única estrategia...	143
<b>8. Análisis transversal entre casos .....</b>	<b>145</b>
<b>9. Conclusiones .....</b>	<b>152</b>
<b>10. Recomendaciones y consideraciones para futuros trabajos de análisis de interacciones.....</b>	<b>157</b>
<b>Referencias .....</b>	<b>158</b>
<b>Anexo 1.....</b>	<b>171</b>

## Resumen

El desempeño escolar motiva conversaciones, críticas y estudios constantes; aunque el aprovechamiento escolar en matemáticas se mantiene aún más en el centro de los comentarios de toda índole, sobre todo ahora que en el sistema educativo mexicano se implementaron las pruebas a gran escala como son los exámenes PISA, ENLACE y Excale, pruebas que, desde sus propios objetivos de evaluación, dan cuenta de que el mayor porcentaje de los estudiantes que las contestaron obtienen resultados que los ubican en los niveles más bajos de aprovechamiento.

Así, para este trabajo, la pregunta de investigación se define en los términos siguientes: *¿Cómo se dan las interacciones entre maestro, alumnos y conocimiento dentro de aulas de matemáticas en la educación secundaria y qué significados e implicaciones conllevan?* De donde se plantean sus dos propósitos: 1) Describir las interacciones observadas dentro de salones de clase de matemáticas en el nivel de secundaria y, 2) analizar e interpretar los significados y las implicaciones que tienen las interacciones observadas tanto para el docente, como para los alumnos.

Como los resultados de la prueba ENLACE para Baja California y particularmente en Mexicali, reflejan la misma realidad que en el plano nacional existe en las tres pruebas arriba mencionadas, esta investigación limitó su campo de estudio a dicha ciudad. Así, se pudo trabajar en el análisis e interpretación de

las interacciones de tres grupos diferentes de secundaria. Uno de esos grupos es de tercer año (turno matutino), pertenece al sistema educativo federal de tipo general y lo integran cuarenta estudiantes; otro, es un primer año (turno matutino) de una escuela particular y lo integran 25 alumnos; finalmente, se observó otro grupo de primer año (turno vespertino) de una escuela que pertenece al sistema estatal general y es conformado por 32 estudiantes.

En total, en los tres grupos se hizo el registro de 48 horas clase, distribuidas en 14 en el tercer año, 19 en el primero de la secundaria particular y 15 en el primero de la secundaria estatal. La cantidad de horas clases registradas y analizadas estuvo determinada por lo que en investigación cualitativa se conoce como *saturación de la información* que es el punto en que los datos obtenidos no aportan algo nuevo al estudio y por lo mismo redundan en la información que proporcionan (Martín – Crespo y Salamanca, 2007; Morse, Bottorff y Boyle, 2003).

Como se puede observar en sus propósitos, la intención de esta investigación es describir, analizar e interpretar posibles implicaciones de las interacciones que al interior de los grupos observados, así, no es su pretensión el establecer un comparativo entre ellos para definir prácticas exitosas. Con esta consideración, las conclusiones presentan los resultados para cada grupo en particular; donde se podrán observar cuestiones como el énfasis en procedimientos algorítmicos sin mediación de procesos de razonamiento, el

desarrollo de habilidades cognitivas y la aplicación parcial de estrategias de interacción que limita los efectos positivos que de ellas puedan surgir.

Finalmente, se realizan algunas recomendaciones y sugerencias para trabajos posteriores relativos al análisis de interacciones en aulas de matemáticas.

## Introducción

La mejora continua de los procesos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas es motivo de ocupación constante para muchos docentes del área, aunque los resultados de sus esfuerzos parecieran ser ensombrecidos por los resultados en matemáticas, obtenidos a nivel nacional y estatal, en las pruebas a gran escala de PISA, ENLACE y Excale (apartado 1.1), mismas que ponen en evidencia –desde sus particulares objetivos de evaluación– la necesidad de continuar analizando el quehacer educativo con miras a una mejora continua, análisis que en realidad no se ha dejado de hacer como se podrá observar en el apartado 1.2. El presente trabajo de investigación se sitúa en la ciudad de Mexicali, dado que para esta ciudad los resultados de la prueba ENLACE mantienen características similares con los de las pruebas antes mencionadas.

Todo ello da pie a la pregunta de investigación del presente trabajo, donde se plantea la necesidad de describir y analizar las interacciones al interior de las aulas de matemáticas, para poder dilucidar sus posibles significados e implicaciones y a su vez, se definen los dos propósitos que guían esta investigación: 1) describir las interacciones al interior de aulas de matemáticas de secundaria y, 2) analizar e interpretar los significados e implicaciones que conllevan para el docente y sus alumnos (apartado 1.3).

Una vez definidos los propósitos, fue necesario identificar los hallazgos de otros investigadores con respecto a interacciones en matemáticas (cap. 2) y esto

develó que en nuestra nación no se han realizado estudios al respecto, los únicos referentes son estudios realizados en otros países.

Al mismo tiempo, se encontraron los referentes teóricos que aportan las bases para el estudio de las interacciones (cap. 3), con los que se puede describir la adecuación del interaccionismo simbólico a la educación matemática y de allí definir el concepto de unidad mínima de interacción, utilizado en el análisis de los registros de observación trabajados en esta investigación; esta información se complementa con la descripción de dos perspectivas teóricas para el estudio de las interacciones y con el delineado del enfoque didáctico plasmado en los programas de estudio de matemáticas de secundaria del año 2006.

Por otro lado, en el capítulo 4 se define con precisión la metodología del presente trabajo enmarcada en la microetnografía, junto a la descripción de los grupos participantes en el estudio y la ruta de investigación que guió toda esta labor, donde se describe desde el proceso de solicitud de autorizaciones para poder observar clases completas de matemáticas, varias veces a la semana, en el transcurso de un semestre. Estas clases se registraron en video, algunas también en audio, y se procedió a su transcripción inmediata con el apoyo de estudiantes interesados en el presente estudio. Además, se realizaron notas personales, en video y audio, donde se plasmaron comentarios, descripciones y reflexiones sobre el acontecer de cada clase.

Una vez que se tuvieron a mano las primeras transcripciones, se dio inicio a un primer análisis de las mismas hasta que se detectó una saturación en la información recabada, con lo que se pudo realizar la definición de las categorías de estudio, esto marcó el fin de los registros de observación, pero también indicó el inicio de la descripción formal de las interacciones, así como de otro análisis más detallado que aportó elementos para la interpretación de sus significados e implicaciones.

A partir de aquí, el lector encontrará tres capítulos más (5, 6 y 7) dedicados a la descripción, análisis e interpretación de las interacciones observadas en tres grupos de matemáticas de secundaria, pertenecientes a tres escuelas diferentes. Resulta por demás interesante ver cómo las interacciones de cada grupo van develando diversas implicaciones de las formas de conducir las clases, de las maneras de participar de los alumnos, así como del tipo de conocimiento que de ello resulta.

Con el análisis transversal entre los casos estudiados (cap. 8) y las conclusiones (cap. 9), se da cuenta de que los trabajos al interior de las aulas de matemáticas en ciertas ocasiones propician aprendizajes meramente memorísticos, en otras desarrollan habilidades mentales y, en otras más, se quedan un paso atrás en maximizar el efecto positivo que pueden tener para el aprendizaje algunos modos de organizar las interacciones.

Finalmente, en el capítulo 10 se presentan algunas recomendaciones y consideraciones para aquellos que siguen interesados en ocuparse, con acciones concretas, de la mejora continua de los procesos de enseñanza - aprendizaje de las matemáticas al realizar estudios semejantes a éste.

## 1. Planteamiento del problema.

El planteamiento del problema aquí presentado se realiza a través de tres incisos: primero, se da cuenta de los resultados de tres pruebas a gran escala de matemáticas a nivel nacional, estatal y municipal (dado que la presente investigación tuvo lugar en la ciudad de Mexicali, se presentan también los resultados obtenidos en secundarias ubicadas en la localidad), lo que da pie al inicio de la reflexión sobre la interacción en las aulas de matemáticas; segundo, se presentan antecedentes publicados en el contexto nacional e internacional sobre el quehacer en aulas de matemáticas; los dos primeros incisos sirven de antecedente para el planteamiento de la pregunta de investigación y los propósitos de esta investigación, mismos que se presentan en el tercer inciso.

### 1.1 LOS RESULTADOS EN MATEMÁTICAS DE LAS PRUEBAS A GRAN ESCALA

En la enseñanza para el aprendizaje de las matemáticas se busca propiciar que los alumnos utilicen por su propia cuenta los diversos conocimientos matemáticos en la solución de múltiples ejercicios y en aplicaciones tanto dentro como fuera del aula, pero la realidad da cuenta de una situación muy diferente, ya que por alguna razón los resultados de las pruebas a gran escala en el ámbito internacional del *Programme for International Student Assessment* (PISA), y en el plano nacional de los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativos (EXCALE) y

de la Evaluación Nacional del Logro Académico en Centros Escolares (ENLACE), no denotan un uso del conocimiento matemático como el que se esperaba.

Es necesario señalar que los resultados de cada una de estas pruebas no son comparables entre sí, ya que se distinguen entre ellas tanto en sus propósitos de evaluación como en su extensión. Por un lado, la prueba PISA es un estudio periódico y comparativo aplicado en todo el país a estudiantes de 15 años que están por concluir con su educación obligatoria e indaga sobre “la capacidad de extrapolar lo que se ha aprendido a lo largo de la vida y su aplicación en situaciones del mundo real” (Díaz y Flores, 2010, p.14).

En el caso de Excale, ésta es una evaluación de tipo muestral que en secundaria se aplica únicamente en el tercer grado. Es una prueba de aprendizaje que evalúa los contenidos curriculares enfatizados en los planes y programas de estudio nacionales, así como en los libros de texto y en otros materiales educativos (INEE, 2009). Finalmente, ENLACE es una prueba objetiva y estandarizada, de aplicación masiva y controlada que actualmente se aplica en los tres grados de secundaria y en el último grado de la educación media superior; evalúa el resultado del trabajo escolar contenido en los planes y programas oficiales (SEP, 2012a).

En cuanto a los resultados, en la sección de matemáticas de la prueba PISA 2006, México obtuvo el lugar número cuarenta y ocho entre los cincuenta y siete países que participaron en esa ocasión (Díaz, Flores y Martínez, 2007); para

el año 2009, México se ubicó en la posición número cincuenta y uno de entre los sesenta y cinco países participantes (Díaz et al., 2010).

Los resultados nacionales de tercero de secundaria en la prueba EXCALE 2005 y 2008, reportan que más del 50% de los examinados obtuvieron niveles de desempeño básico y por debajo del básico (INEE, 2006; 2009).

Continuando en el plano nacional, la prueba ENLACE, en sus aplicaciones a tercero de secundaria del 2006 al 2009, reportó que más del 90% de los alumnos participantes obtuvieron niveles de aprovechamiento entre insuficiente y elemental. Los alumnos de primero y segundo de secundaria evaluados por primera vez en la prueba del 2009, obtuvieron resultados semejantes al histórico de tercero de secundaria. Cabe señalar que cuando se comparan los resultados del 2006 y 2009 del tercer grado de secundaria, los porcentajes dados por ENLACE señalan un decremento de 5.88 puntos porcentuales en cuanto a alumnos ubicados en los niveles de insuficiente y elemental. (SEP, 2007c; 2010a).

Para el año 2010, el porcentaje de alumnos ubicados en los niveles de insuficiente y elemental, en la misma prueba ENLACE, es del 87.3, mientras que en los siguientes dos años el porcentaje en estos mismos dos niveles sigue mostrando un decremento, de tal forma que en 2012 el porcentaje es de 79.7 (SEP, 2012a).

En el caso de ENLACE en la educación media superior (último grado de bachillerato), el mayor porcentaje de alumnos que contestaron la prueba se ubica

también en los niveles de insuficiente y elemental. Como se puede observar en el informe de la SEP (2012b), el porcentaje de dichos alumnos en los años 2008 y 2009 es por arriba del 80%; en 2010 y 2011, este mismo porcentaje desciende pero se mantiene por arriba del 70%, ya en el 2012 el porcentaje en los mismos dos niveles es de 69.2%. Se puede observar que, a semejanza de los resultados de esta misma prueba en secundaria, el decremento en los porcentajes continúa, pero aun así (tanto para la secundaria como el bachillerato) los resultados se mantienen por arriba del 50% en los mencionados niveles de insuficiente y elemental.

Téngase presente que los resultados de las pruebas aquí descritas (PISA, EXCALE y ENLACE), no son comparables entre sí (como ya se mencionaba con anterioridad) dados los propósitos y extensión de cada una de ellas. En este entendido, la realidad de Baja California no es muy distante a la del contexto nacional, los resultados de matemáticas de la prueba PISA 2006 muestran que más del 50% de los alumnos que la presentaron se ubicaron ya sea en el nivel 1 o por debajo de éste; aun así, los resultados de la Entidad se posicionaron arriba de la media nacional (Díaz et al., 2007). Para el año 2009, en la misma prueba PISA, más del 50% de los alumnos que participaron se ubicaron en el nivel 1 o por debajo de él, pero en esta ocasión la media Estatal se posicionó por debajo de la media nacional (Díaz et al., 2010).

Ahora bien, en los resultados de matemáticas de la prueba EXCALE de los años 2005 y 2008, la mayoría (81.3% y 83% respectivamente) de los estudiantes

bajacalifornianos de tercero de secundaria que participaron, se ubicaron en los niveles 'por debajo del básico' y 'básico' de dicha prueba (SEP, 2010a; INEE; 2006; 2009).

En el caso de la prueba ENLACE en secundarias de la Entidad, el comportamiento es semejante a los resultados nacionales, en el sentido de que se puede apreciar un decremento en el porcentaje de alumnos ubicados en los niveles de insuficiente y elemental; en el periodo del 2006 al 2009 dicho decremento es de 4.9 puntos porcentuales, aunque todavía más del 90% de los alumnos se ubicaron en los dos niveles mencionados. Esta tendencia continúa en los tres años siguientes, del 2010 al 2012, donde la cantidad de alumnos ubicados en los dos primeros niveles de aprovechamiento disminuyó 5.7 puntos porcentuales, no obstante más del 85% de ellos siguen ubicados en esos niveles dos niveles (SEP, 2007b; 2007c; 2010a; 2012a).

En la misma prueba ENLACE, pero en su aplicación en la educación media superior (último grado de bachillerato) de Baja California, los resultados de matemáticas mantienen la semejanza al comportamiento nacional de este grado, ya que el avance histórico del 2008 al 2012 muestra una disminución de 19.1 puntos porcentuales en la cantidad de alumnos ubicados en los niveles de insuficiente y elemental, así, se puede observar que el porcentaje disminuye de 81.4 en 2008 a 62.3 en 2012 (SEP, 2010b; 2012b).

Indagar algunas posibles causas de los resultados mencionados en los dos niveles educativos (secundaria y bachillerato), resulta por demás extenso para una

única investigación, por ello el presente trabajo se enfocó en escuelas secundarias que estuvieran ubicadas en el área de Mexicali. Con este antecedente, se consultaron las bases de datos de ENLACE 2006, 2009 y 2012 (SEP, 2012c) generados en dicha ciudad, observándose que en el año 2006 el 88.29% de los estudiantes que contestaron la prueba de matemáticas se ubicaron en los niveles de insuficiente y elemental, para el 2009 fueron el 86.23% y en el 2012 el 85.53%. Aunque estos resultados reflejan también una tendencia en la disminución del porcentaje de alumnos ubicados en los dos niveles más bajos, nótese que la diferencia de puntos porcentuales es más pequeña con respecto al mismo comportamiento estatal y nacional y aun así está por encima del 85%.

Ahora bien, si la intención de mejorar la educación se encuentra oficialmente plasmada en la Reforma Educativa de la Educación Secundaria 2006<sup>1</sup>, (en el apartado 3.5 se describen con mayor amplitud las intenciones y recomendaciones didácticas del programa de matemáticas de esta reforma) con el diseño de competencias en las que se describen conocimientos y habilidades, donde se hacen referencias a ciertas actividades en que se utilizan recursos tecnológicos y en el que se concibe que los aportes de los programas de matemáticas “apuntan a mejorar la calidad del proceso didáctico o proceso de estudio en el que..., intervienen el profesor, los alumnos y el conocimiento matemático” (SEP, 2006b, p. 26).

---

<sup>1</sup> Se hace referencia a la reforma educativa del año 2006 porque es el marco en el que trabajaron los docentes observados, en el tiempo en que se desarrolló la fase de registro de actividades de la presente investigación.

Si además se toma en cuenta la existencia y la posibilidad de acceso a múltiples recursos de materiales tangibles y digitales, si continúan los programas de actualización para docentes en servicio con el correspondiente programa de estímulos, queda entonces dirigir la mirada al interior del aula para indagar sobre los actividades que allí se suceden y así obtener una mejor comprensión del acontecer diario en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas con el fin de generar conocimiento acerca de lo que allí ocurre y realizar propuestas que lleven a su mejora.

### 1.2 ANTECEDENTES SOBRE LAS ACTIVIDADES AL INTERIOR DE LAS CLASES DE MATEMÁTICAS.

A finales del siglo anterior, Moreno (1997) y de Guzmán (2000) coincidieron en una descripción general de lo que acontece al interior de las aulas de matemáticas, al señalar que en ellas se privilegia el uso de algoritmos, desatendiéndose la solución de problemas, lo que llega a generar alumnos muy buenos en matemáticas mientras no se les exija la resolución de problemas. Por su parte, la solución de problemas usualmente se trata al final de algunos temas, ya que tradicionalmente en las clases de matemáticas se realiza la exposición de contenidos, se ven ejemplos, se plantean ejercicios sencillos y después ejercicios más complicados, finalmente, y si alcanza el tiempo, se tratan los problemas.

Moreno y de Guzmán sostienen que en los centros escolares se propicia principalmente el aprendizaje de “problemas tipo”, lo que reduce la participación creativa y original de los estudiantes, donde el obtener una respuesta correcta se vuelve fundamental, lo que conlleva a subestimar el análisis de los procesos utilizados y el aprendizaje a partir del error. Destacan la tendencia a trabajar sólo con los problemas planteados en los libros de texto, con lo cual, reducen o nulifican los planteamientos que pudieran realizar tanto maestros como alumnos. Además, con frecuencia el grado de dificultad y la cantidad de problemas encargados como tarea no corresponde al que se trabajó en clase, son más complejos los que el alumno tiene que resolver por su propia cuenta, y no se revisa la graduación de dificultad de los problemas dejados a los estudiantes, así como tampoco el docente se cerciora de que sus alumnos cuenten con los antecedentes necesarios para poder resolverlos (de Guzmán, 2000; Moreno, 1997).

Para el año 2005, los resultados de la investigación de Vergara (2005) coinciden con lo expuesto por de Guzmán y Moreno. La autora describe que la actividad de los docentes en las clases de matemáticas consiste en dar instrucciones, revisar tareas, ubicar el tema de la sesión, exponer el tema, y hacer preguntas a los alumnos. Dicha actividad se realiza por medio de la exposición verbal con una marcada ausencia de materiales didácticos y de objetos de aprendizaje entendidos como los recursos de apoyo a la enseñanza – aprendizaje generados con diversas herramientas tecnológicas (video, audio, computadora),

mismos que pueden ser de tipo tutorial y/o interactivos; además los docentes centran su evaluación en los resultados vertidos en los exámenes, mientras que el control de la disciplina no permite la participación libre de los alumnos.

En el trabajo de Ledezma y Rodríguez (2005) se reportan algunas situaciones que pueden poner en riesgo el *éxito* de las clases de matemáticas y que coinciden con lo expuesto en párrafos anteriores. Ellos evidencian, desde la poca movilidad física del maestro dentro del salón, hasta la presencia de esquemas de preguntas que sólo favorecen a la buena imagen que tiene de sí el maestro, pero que obstruyen con mucho la participación del alumno con miras a la obtención de un aprendizaje más significativo, contribuyendo, además, a la pasividad e indiferencia con respecto a la clase; terminan con la descripción de errores que comete el docente al momento de su exposición, tales como faltas de ortografía, mala caligrafía, definiciones mal conceptualizadas, solicitud de trabajos privilegiando el formato más que la calidad del contenido, manejo autoritario de la disciplina y el volver rutinarias las actividades dentro del salón.

No se puede argumentar falta de buena intención, por lo menos en el papel, de las diversas reformas educativas que se han sucedido en nuestro país. De hecho, desde que la educación secundaria existe en México, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas han evolucionado pasando de los enfoques basados en el aprendizaje a través de la repetición mecánica de múltiples ejercicios, hasta el énfasis en el desarrollo de habilidades y competencias

matemáticas que incluyen la resolución de problemas, la formulación de argumentos y el empleo de técnicas y tecnologías apropiadas (SEP, 2006b).

Tampoco se puede generalizar algún tipo de escasez de materiales didácticos o de acceso a los mismos. Existen materiales impresos gratuitos como el *fichero de actividades didácticas* (SEP, 1999) y la *secuencia y organización de contenidos* (SEP, 1994), generados a partir de la Reforma Educativa de 1993 en nuestro País. En nuestros días, gracias al uso de las tecnologías se tiene acceso a recursos que puede utilizar el docente para explicar, ejemplificar, repasar, ejercitar, contextualizar, y hasta organizar el desarrollo de sus clases, tanto de parte de la SEP en su portal de la reforma de la educación básica (<http://basica.sep.gob.mx/reformasecundaria/>), como de parte de otro tipo de iniciativas internacionales, nacionales y estatales, en gran cantidad de portales en internet.

### 1.3 PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN Y PROPÓSITOS

Se necesita entonces continuar con investigaciones enfocadas en la didáctica de la matemática<sup>2</sup> que, como proponen Chevallard, Bosch, y Gascón (1998), tengan como primer interés el entender mejor los procesos didácticos y los fenómenos que éstos originan, ya que con una comprensión clara del acontecer dentro del aula se podrán proponer actuaciones y medios concretos para mejorar

---

<sup>2</sup> En este trabajo la expresión didáctica de la matemática se utilizará como sinónimo de enseñanza de la matemática, tal cual lo utilizan Chevallard et al. (1998) y Godino (2003), por lo que al expresar una u otra se está hablando del mismo concepto.

el estudio de las matemáticas. Dicha actividad dentro del aula es considerada como una cultura con rasgos distintivos propios, de allí que sus manifestaciones tengan influencia en rasgos como el aprendizaje<sup>3</sup>.

En este sentido se pueden expresar las siguientes interrogantes: ¿qué tipo de interacciones propicia el maestro?, ¿cómo son las interacciones en las que participa el alumno?, ¿qué papel se le da al conocimiento y cómo se trabaja el acceso a él?, en el marco de estos cuestionamientos se establece la pregunta central del presente trabajo en los siguientes términos:

*¿Cómo se dan las interacciones entre maestro, alumnos y conocimiento dentro de aulas de matemáticas en la educación secundaria y qué significados e implicaciones conllevan?*

Y como se reconoce que la interacción en el aula, como lo afirma Llinares (2000), se da entre el profesor, los alumnos y conocimientos (tareas), la presente investigación establece los siguientes propósitos:

- 1) Describir las interacciones observadas dentro de salones de clase de matemáticas en el nivel de secundaria.
- 2) Analizar e interpretar los significados y las implicaciones que tienen las interacciones observadas tanto para el docente, como para los alumnos.

---

<sup>3</sup> En el apartado de **Interacción** se describe con mayor amplitud la influencia de la cultura del aula en cuestiones como el aprendizaje.

Hasta aquí se han dado a conocer los motivos que dieron origen a la presente investigación, así como su pregunta de investigación y propósitos. Con estos elementos se da pie a las pesquisas sobre los estudios dedicados a las interacciones en aulas de matemáticas. Véase entonces el siguiente apartado.

## 2. Los estudios de interacciones en matemáticas

Como la presente investigación se centró en el análisis de interacciones, el presente capítulo da a conocer los resultados de las búsquedas de estudios que han abordado este tema. Así se podrá observar que, en un primer momento, se encontraron referencias relativas al interaccionismo simbólico y a la descripción de los objetivos sobre estudios generales de interacciones; posteriormente y delimitando para la enseñanza de las matemáticas, se presentan las temáticas abordadas en el plano internacional, así como el resultado de las indagaciones sobre líneas de investigación y tesis de posgrado realizadas en el ámbito nacional.

Para iniciar, la referencia histórica más antigua encontrada indica que para el año de 1937, Blumer (1969) acuñó el término de “interaccionismo simbólico” para circunscribir en él a los estudios acerca de la vida de los grupos humanos y del comportamiento del hombre. Tiempo después, Coll y Sánchez (2008a) hicieron notar que los objetivos de las investigaciones sobre las interacciones han pretendido identificar los rasgos y comportamientos del “profesor ideal”, dar cuenta de los estilos de enseñanza, analizar el clima socioemocional de la clase, etc. Independientemente de su objetivo, todas las investigaciones han presentado la constante de identificar y definir la enseñanza eficaz.

Ahora bien, en cuanto a investigaciones que involucraran a las matemáticas en el estudio de las interacciones, en el plano internacional se encontraron dieciséis trabajos, agrupados aquí según la similitud de su temática. A saber:

procesos para el conocimiento, uso de tecnologías, evaluación de propuestas didácticas y propuestas metodológicas para el análisis de las interacciones.

Con respecto a los procesos para el conocimiento se ha buscado describir los patrones de interacción que propician de una mejor manera el desarrollo cognitivo (Wilson, Andrew, y Below, 2006); que ayudan en la construcción y entendimiento de los conceptos matemáticos cuando se utilizan juegos y materiales manipulativos (Arzarello, Robutti, y Bazzini, 2005), que describen cómo se desarrolla el conocimiento dentro del salón (Magali, 2004) y que llevan a la generalización matemática (Jurow, 2004).

Si se consideran en conjunto los trabajos de Wilson et al. (2006), Arzarello et al. (2005), Magali (2004) y Jurow (2004) se puede afirmar que es más probable favorecer los procesos mentales en clases donde se privilegie la enseñanza interactiva, ya sea entre compañeros y/o con materiales didácticos, dado que los estudiantes utilizan diversos recursos y habilidades que los llevan a identificar vínculos entre ejercicios y a realizar conjeturas en situaciones problemáticas.

También han sido motivo de estudio las interacciones suscitadas al hacer uso de las tecnologías, como el análisis de las interacciones que se producen entre pares de alumnos cuando se trabajan bosquejos dinámicos de geometría en la computadora (Sinclair, 2005), o las dadas entre maestros en servicio que participaron en un escenario virtual para discutir sobre su concepción de la derivada (Montiel, 2005) y los patrones interactivos que se generaron entre

alumnos y maestro de un curso impartido a través de una serie de videoconferencias (Saw, Majid, Ghani, Atan, Idrus, Rahman, y Tan, 2008).

Con el uso de las tecnologías en la enseñanza de las matemáticas (Sinclair, 2005; Montiel, 2005; Saw et al., 2008), se pudo observar que los estudiantes se motivan más para proponer nuevas ideas, pueden descubrir los malentendidos que interfieren en su progreso de estudio, utilizan diversos contextos para sus argumentaciones, se puede percibir además cómo se vuelve dominante la cognición que promueve la validación de sus conjeturas y la interacción.

En el mismo ámbito de las matemáticas, se han analizado las interacciones, no sólo entre maestro – alumnos – conocimiento, sino que además se han considerado las interacciones dadas entre el lenguaje natural y las estructuras matemáticas que utilizan los alumnos al resolver problemas de aplicación (Mitchell, 2001); la forma en que los estudiantes construyen e integran el lenguaje con los contenidos curriculares (Barwell, 2005); se ha buscado descubrir el papel que juega el discurso utilizado en las clases cuando se pretende enseñar conceptos y procesos específicos de un tema determinado de matemáticas (Reséndiz, 2006); además se ha buscado describir las interacciones cognitivas que se dan entre la intuición, la formalidad y los aspectos procedimentales para el entendimiento de las matemáticas en un solo alumno con bajo desempeño escolar (Farmaki, y Paschos, 2007); y las interacciones entre un entrevistador, 25 maestros entrevistados y el conocimiento matemático (Koichu, y Harel, 2007).

Los estudios referidos en el párrafo anterior (Mitchell, 2001; Barwell, 2005; Reséndiz, 2006; Farmaki et al., 2007; Koichu et al., 2007), concluyen que, con un adecuado diseño didáctico, se pueden desarrollar de manera controlada los esfuerzos cognitivos de los estudiantes que construyen procesos formales de pensamiento matemático, para lo cual es necesaria la interacción maestro – alumno a propósito de la construcción del conocimiento. En estas interacciones se habrá de permitir la exposición de algunos temas de parte de los alumnos ya que eso puede ayudar a solventar (si hubiere) algunos errores conceptuales del maestro. Finalmente, no se tiene que perder de vista que si los alumnos cometen algunos errores al momento de trabajar conjuntamente con el lenguaje matemático y el natural, esto no quiere decir que no sepan manipular las estructuras matemáticas, es un proceso que se construye aunque al principio resulte un tanto confuso.

El estudio de las interacciones también se ha utilizado para evaluar la implementación, durante un año, de una propuesta didáctica, al explorar el desempeño de los estudiantes y su percepción del aprendizaje en matemáticas (Falsetti, y Rodríguez, 2005); para describir qué tan equitativo ha sido el aprendizaje matemático en tres grupos donde la dinámica de trabajo se realiza a través del aprendizaje cooperativo (Esmonde, 2009); para narrar las experiencias de enseñanza exitosas a través de las interacciones relatadas por varios profesores (Carneiro-Abrahão, 2008); y como uno de tres elementos a considerar

en la regulación del aprendizaje colaborativo (Dekker, Elshout-Mohr, y Wood, 2006).

Los resultados de los estudios de Falsetti et al. (2005), Esmonde (2009), Carneiro-Abrahão (2008) y Dekker et al. (2006), indican que en el trabajo por equipos, los alumnos cambian su actitud pasiva por una de mayor compromiso en las tareas asignadas, ya sea como *experto*, *novato* o *de par a par* entre compañeros, incrementando de algún modo su responsabilidad y la ayuda entre ellos; esto se ve más favorecido si el modelo pedagógico está basado en la solución de problemas de la vida cotidiana del estudiante. Advierten, sin embargo, que el uso reiterado de esta estrategia pudiera ser insuficiente para el óptimo aprovechamiento del aprendizaje, ya que tiene una mediana preferencia de parte de los estudiantes y además, el aprendizaje entre ellos se limita a especificar el saber hacer con lo que conocen.

El tema de estudio de las interacciones en aulas de matemáticas ha propiciado que se realicen propuestas metodológicas para su análisis (Planas, 2004; Forero-Sáenz, 2008), así como la utilización de teorías para su tratamiento como el análisis epistemológico de la comunicación matemática (Steinbring, 2005) y el análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico – semiótico de la cognición matemática (Godino, 2002; Godino, Contreras y Font, 2006a; Godino, Bencomo, Font y Wilhemi, 2006b).

Por otro lado, en el plano nacional, se realizó la misma pesquisa en centros como el CINVESTAV, el CICATA (del Instituto Politécnico Nacional), en el Centro

de Investigación en Matemática Educativa y en la Unidad Académica de Matemáticas (éstas dos de la Universidad Autónoma de Guerrero), pero no se encontraron investigaciones relativas al estudio de las interacciones en aulas de matemáticas. En los buscadores de internet se utilizaron distintas palabras clave para la búsqueda de esta temática en el plano nacional, siendo el resultado igual de nulo.

Se ha hecho énfasis en la necesidad de realizar estudios de interacciones en las aulas de matemáticas, lo que obliga entonces a describir con detalle lo que se entiende por interacción, así como la descripción de las dos teorías que presentan una propuesta para su estudio. El siguiente capítulo se dedica a este fin.

### 3. Consideraciones teóricas

En estas “consideraciones teóricas” se da a conocer lo que se entiende como interacción en la presente investigación a partir de lo descrito por el interaccionismo simbólico en educación matemática; enseguida se describen los enfoques teóricos que proponen su particular modo de estudiar las interacciones en los salones de clase y después de ello, se presentan los elementos que se tomaron de dichas propuestas para realizar el presente análisis de interacciones.

Finalmente, se cuenta con un apartado que describe el enfoque didáctico de los programas de estudio oficiales para matemáticas de secundaria, mismo que es necesario considerar dado que se constituye como el marco teórico principal en el que se deberían desarrollar las actividades escolares observadas.

#### 3.1 INTERACCIÓN

##### 3.1.1 *La adecuación del interaccionismo simbólico en la educación matemática*

Una parte sustancial de la investigación en educación matemática, como lo mencionan Godino y Llinares (2000), se ocupa de estudiar las relaciones entre el profesor, los estudiantes y la tarea matemática; con este interés, buscan dar respuesta fundada a cuestiones relativas a: 1) la manera en que alumnos y profesor comparten significados matemáticos para que el desarrollo de las clases

pueda continuar de manera viable y 2) el cómo los estudiantes comprenden las intervenciones del profesor.

Para ello, Godino et al. (2000) sostienen que se pueden utilizar constructos teóricos procedentes de la etnometodología, el interaccionismo social y el análisis del discurso, siempre y cuando se realicen algunos ajustes para hacerlas corresponder con la educación matemática, ya que en sí mismas dichas disciplinas no están interesadas en los procesos de enseñanza – aprendizaje de los contenidos curriculares.

Godino et al. (2000) hacen un trabajo de adecuación del interaccionismo simbólico a la educación matemática por sus usos en investigaciones del desarrollo intelectual y por las implicaciones analíticas que tiene con respecto al estudio de las relaciones entre el profesor, los estudiantes y el conocimiento matemático. Con esta adaptación del interaccionismo simbólico, construyeron el supuesto básico de que las dimensiones culturales y sociales del aprendizaje matemático no son condiciones periféricas del mismo, sino parte intrínseca de él. Así, los fundamentos de la perspectiva interaccionista, como sintetizan los mencionados autores, son los siguientes:

- el profesor y los estudiantes constituyen la cultura del aula,
- las convenciones y convenios tanto en lo relativo al contenido de la disciplina, como en las regularidades sociales, emergen activamente, y

- el proceso de comunicación se apoya en la negociación y los significados compartidos.

Finalmente, Godino et al. (2000) adoptan la postura de ubicar al interaccionismo simbólico entre los extremos definidos por dos perspectivas: la *individualista*, de la psicología relacionada con Piaget donde el sujeto es el actor y el conocimiento matemático es construido por él y, la *colectivista* que, con referencia a Vygotsky, es donde el sujeto se vuelve objeto de prácticas culturales y el conocimiento matemático dado es interiorizado. Así ubicada, la visión interaccionista enfatiza tanto los procesos individuales como los sociales a través de la negociación de las normas del aula, incluyendo las generales y las que son específicas de la actividad matemática.

#### 3.1.2 Caracterización del interaccionismo simbólico en la educación matemática

Godino et al. (2000) sostienen que el interaccionismo simbólico dentro de la educación matemática puede ser caracterizado a través de su posición con respecto al significado, al conocimiento matemático, a las formas de conocer, al lenguaje, al aprendizaje y a la enseñanza, mismos que se describen a continuación:

*El significado.* Se considera que el desarrollo del significado se da en y a partir de la interacción e interpretación entre los miembros de una cultura. El significado de las cosas surge de la interacción social que se mantiene con los

otros que estén alrededor, por lo que se pueden manipular y modificar los significados mediante un proceso interpretativo que desarrolla la persona a partir de lo que se vaya encontrando a su paso. Al final de cuentas, las personas orientan sus actos con respecto a las cosas dependiendo de lo que éstas les signifiquen, de ahí que para poder interpretar los procesos de interacción sea necesario conocer las intenciones de los individuos. Al hecho de que los significados de los objetos del discurso matemático se generen en el curso de la interacción social, Godino y Llinares lo nombran *negociación de significados*.

*El conocimiento matemático.* Aunque para el interaccionismo simbólico el conocimiento sea de carácter discursivo, en el caso del discurso matemático, como lo mencionan Godino et al. (2000), éste es una forma de ver el mundo y de pensar sobre él, por lo que se le considera como un medio para lograr diversos fines, entre los que están los cognitivos y los sociales. Por estas razones, el tipo de conocimiento matemático que desarrollan los estudiantes dependerá de las características de las situaciones de comunicación en que se desenvuelvan.

Con los conceptos de *significado* y *conocimiento* matemático se puede ver que *las formas de conocer* en las matemáticas dependerán de la relación íntima entre el individuo y lo social, de esta forma se introduce la idea de que el aprendizaje se puede dar a través de la participación en la cultura de la clase (Godino et al., 2000).

*El lenguaje.* Para el interaccionismo simbólico, el lenguaje es considerado como un “moldeador activo de la experiencia” (Godino et al., 2000, p. 4) con el que

continuamente se negocian los significados en el aula. La negociación de significados tiene como propósitos conseguir una adaptación viable a los significados institucionales del contenido y clarificar los significados que comparten los signos y las palabras en uso, aumentando así la reflexión sobre los procesos que subyacen en las construcciones mentales. Es importante considerar el punto de vista que tienen Godino (2002) y D'Amore, Font y Godino (2007), con respecto a la manera en que puede ser representado el lenguaje dentro del trabajo matemático, los autores sostienen que el lenguaje puede ser expresado de forma oral, gestual y/o escrita, y se representa por términos, expresiones, notaciones y gráficos.

*El aprendizaje.* En la perspectiva interaccionista, descrita por Godino et al., (2000), el aprendizaje es más que una transmisión de normas y conocimientos determinados por objetivos. En este enfoque, el aprendizaje se da en la adaptación interactiva a una cultura a través de la participación activa en dicha cultura, pero no deja de ser un proceso personal de formación.

*La enseñanza.* Es una función que involucra tanto al profesor como a los estudiantes en la organización de un proceso interactivo y reflexivo para la realización de una secuencia de actividades, dando lugar así a una cultura dentro del aula (Godino et al., 2000).

En los párrafos anteriores se sustenta que el lenguaje es fundamental para la interacción, pero necesita ser un lenguaje que propicie la reflexión sobre los conocimientos que se están adquiriendo, de tal forma que en el proceso de

enseñanza – aprendizaje de las matemáticas los significados se construyan a partir de interpretaciones conciliadas en la interacción social.

Según lo describen Godino et al. (2000), el interaccionismo simbólico reconoce diversos patrones de interacción, seis que pueden ser aplicados en diversas áreas de conocimiento y los llamados *patrones temáticos*, que en este caso son específicos de las matemáticas. Uno de los patrones es el *patrón extractivo*, en el cual la solución es el fin principal y donde el esfuerzo de los estudiantes se enfoca en seguir paso a paso el modo de resolución propuesto por el maestro, por lo que las competencias de los alumnos están prácticamente escondidas. Otro tipo de patrón es el de *discusión*, en éste la solución es el punto de partida de una explicación construida a partir de las argumentaciones originales de los alumnos, de esta forma, las competencias de los estudiantes se manifiestan.

Además se tiene el *patrón de embudo* en el que el profesor plantea un problema que sus alumnos no pueden resolver, por lo que recurre a otras cuestiones más fáciles relacionadas con el mismo problema y de cuya solución los alumnos darán con la respuesta al planteamiento original, pero no existe ningún tipo de construcción significativa del conocimiento. En un principio, el *patrón de focalización* se asemeja al patrón de embudo, se plantea una problemática con cierto grado de dificultad y que inicialmente los estudiantes no pueden resolver, pero para llegar a la solución (y esto es lo que caracteriza al patrón de focalización), el profesor plantea una serie de preguntas que ayudan a los

alumnos a focalizar su atención en aspectos específicos del problema considerados como importantes, posteriormente los estudiantes tienen la oportunidad de resolver el problema en condiciones creadas para reflexionar sobre su razonamiento y para explicar sus ideas, lo que genera la oportunidad de dotar de significado a este aspecto específico del problema.

El *patrón afirmativo* inicia cuando el maestro comienza un enunciado con la intención de que el alumno la concluya y al obtener la respuesta correcta únicamente comenta que eso está bien, pero nunca se cerciora si los estudiantes comprendieron el porqué de lo enunciado, lo que conduciría a una comprensión superficial e instrumental. Finalmente, el *patrón interrogativo* consiste en una serie de preguntas que el maestro formula para ayudar al alumno a construir la justificación de sus afirmaciones y a buscar otras alternativas de solución.

Los llamados *patrones temáticos* de interacción matemática se producen cuando el profesor y los alumnos forman relaciones entre significados matemáticos compartidos a través de la interacción y del consenso de trabajo como producto de una negociación. Desde el punto de vista de un observador, el tema matemático es el significado que se le da a la tarea que están realizando los estudiantes.

#### 3.1.3 *La unidad mínima de interacción*

Considerando conjuntamente lo dicho en este apartado relativo a la interacción, se concibe como ***unidad mínima de interacción*** dentro del aula al **momento de socialización intencional, generado en el proceso de enseñanza – aprendizaje, en donde primordialmente se trabajan e interpretan los conocimientos a través de las diversas manifestaciones del lenguaje.** Algunas implicaciones de definir así a la unidad mínima de interacción serían las siguientes:

- 1) que las interacciones dentro del aula no son momentos de actividad conjunta que se generen al azar. Al contrario, estos momentos son resultado o consecuencia directa de las actividades implementadas por el profesor para el desarrollo de su clase;
- 2) que la socialización se puede dar entre maestro – alumno, maestro – alumnos, alumno – alumno y entre alumnos dentro de un equipo o al compartir con todo el grupo. En las relaciones maestro – alumno(s), no necesariamente es el maestro el que inicia el momento de interacción, ya que ésta puede ser iniciada por un alumno al expresar alguna duda o comentario;
- 3) que el trabajo e interpretación de los conocimientos matemáticos se puede dar en algún nivel de desarrollo de habilidades de pensamiento, por lo que se requiere contar con algún modelo al respecto;

- 4) que el lenguaje es el medio por el que se pueden constituir e identificar las diversas unidades de interacción y, como ya se estipuló al inicio de esta sección, tiene diversas formas de expresión entre las cuales se encuentra la verbal, la gráfica y la corporal; y
- 5) que la enseñanza de las matemáticas es una práctica cultural y social (Llinares, 2000; D'Amore et al., 2007), práctica que se da en el seno de una comunidad (Chevallard et al., 1998) constituida a través de una microsociedad (D'Amore et al., 2007).

Las ideas expuestas con respecto a la interacción develan que, en el aula, el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas lo llevan a cabo en conjunto tanto maestro como alumnos, lo que contribuye a la constitución de sociedades y espacios culturales muy específicos. Para analizar las interacciones así generadas, es necesario tomar en cuenta propuestas teórico – metodológicas que consideren las actividades al interior de las aulas en términos semejantes.

Por ello, en los siguientes dos apartados se presentan unos enfoques que orientan el análisis de las interacciones en los salones de clase. El primero titulado *estudio empírico de la situación escolar*, fue desarrollado por César Coll y colaboradores (Coll, 1985; Coll, Onrubia y Rochera, 1992; Coll y Sánchez 2008a; Coll, Onrubia y Mauri, 2008b); en el caso del segundo enfoque, su concepción es protagonizada por Juan Godino y varios investigadores más (Godino et al., 2000; 2006a; 2006b; Godino, 2002; 2003), a este enfoque lo nombran *enfoque ontológico semiótico de la cognición matemática* y es concebido pensando

específicamente en aulas de matemáticas. Una vez concluida la presentación de estos enfoques, se hace una breve reseña de los puntos de encuentro y de caracterización particular que han llamado especialmente la atención al momento de presentarlos.

#### 3.2 EL ESTUDIO EMPÍRICO DE LA SITUACIÓN ESCOLAR

En la misma línea conceptual de que los procesos de interacción escolar se propician en ambientes socioculturales, Coll et al. (2008b, p. 39), definen la interactividad<sup>4</sup>, como “la articulación de las actuaciones del profesor y los alumnos en torno a una tarea y un contenido determinados de enseñanza y aprendizaje, y es construida por los participantes a lo largo del propio proceso de interacción”, lo que supone analizar en reciprocidad las actuaciones del alumno en estrecha vinculación con las actuaciones del profesor y tomar en cuenta que la construcción del conocimiento, así como su aprendizaje y su funcionalidad son inseparables del contexto en que se adquieren. Con base en esto, proponen considerar al aula como contexto de enseñanza – aprendizaje para que el análisis de las interacciones se convierta en una prioridad, en lugar de reconocer únicamente el *contexto del aula* en el que una serie de variables físicas o mentales pudiera tener incidencia sobre los procesos de enseñanza - aprendizaje.

Según lo propuesto por sus autores (Coll, 1984; 1985; Coll et al., 1992; 2008a; 2008b), el estudio empírico de la situación escolar implica tener en cuenta:

---

<sup>4</sup> Los autores utilizan el concepto de interactividad como sinónimo de interacción

la *dimensión temporal* del proceso enseñanza - aprendizaje, misma que considera que las actuaciones dadas en el salón de clase están estrechamente vinculadas con actuaciones previas y subsiguientes, así, aunque se analice alguna actividad en particular, habrá que tener presente que ésta es parte de la actividad conjunta. Aunado a esto se tendrán que definir de manera explícita y teórica el conjunto de unidades de análisis en las que se aplicarán las dimensiones del estudio de la interactividad.

Además se contempla que la actividad conjunta del profesor con sus alumnos no es independiente de la naturaleza del contenido que se está trabajando o de los requerimientos de la tarea que se está llevando a cabo, por lo que la organización de dicha actividad es resultado del proceso de construcción de conocimientos en que se ven implicados por igual tanto maestro como alumnos. El discurso involucrado en el proceso de construcción de conocimientos puede ser manifestado de forma verbal o no verbal (Coll et al., 1992), siendo ambas formas de expresión indisociables entre sí (Coll et al., 2008b).

Desde una perspectiva constructivista, en el estudio empírico de la situación escolar se concibe al aprendizaje como un proceso donde al alumno le corresponde construir significados y atribuir sentidos a lo que se le enseña, mientras que el papel del profesor es determinado en cuanto a las ayudas que presta en las actividades constructivas del alumno a las que realiza ajustes constantes (Coll et al., 1992).

De la teoría de Vigotsky retoman la idea de que las funciones psicológicas superiores se originan por un camino de dos vías, el interpersonal (entre personas) y el intrapersonal (al interior del propio individuo) (Coll, 1985), lo que se vincula directamente con la cesión y traspaso progresivos de la responsabilidad y del control en el aprendizaje explicado por las zonas de desarrollo próximo (Coll et al., 1992), (el concepto de zonas de desarrollo próximo se expone con más amplitud en el siguiente apartado).

Con los conceptos hasta ahora referidos, Coll (1985, p. 69) propone como objetivo prioritario para el análisis de las interacciones el “identificar y explicar los mecanismos mediante los cuales las pautas de relación que se suceden en el transcurso de una unidad didáctica inciden sobre el proceso de construcción del conocimiento del alumno modulándolo – que no modelándolo – progresivamente”. Para realizar el análisis se plantea el tener que tomar en cuenta tres tipos de elementos (Coll, 1985; Coll et al., 2008a):

- 1) *Observar la evolución del aprendizaje de los alumnos* en el desarrollo de la unidad didáctica, para identificar momentos de progreso, errores, bloqueos, reestructuraciones, regresiones, etc.
- 2) Disponer de un modelo de los procesos psicológicos implicados en la apropiación de los contenidos de aprendizaje y/o en las ejecuciones de las tareas por parte de los alumnos. Por otro lado, se pudiera disponer de un *modelo sociocultural* para analizar el flujo de las interacciones y si en éstas se producen o no procesos de andamiaje y de apropiación del

conocimiento. Finalmente se pudiera contar con los dos tipos de modelos con el fin de analizar ambos aspectos en un mismo grupo de datos. Contar con uno o ambos modelos se hace imprescindible para que el análisis de la interacción supere el nivel puramente descriptivo que le caracteriza.

- 3) Establecer una secuencia de *pautas interactivas* con las que se pueda construir un nexo conceptual entre los procesos psicológicos incluidos en el modelo de funcionamiento cognitivo y las diferentes categorías de interacción.

Coll et al. (1992), al realizar algunas investigaciones tomaron en consideración las siguientes variables para analizar las situaciones de observación con las que trabajaron:

- *Participantes*: el profesor y su grupo de alumnos; dos o más alumnos trabajando en grupo.
- *Edad de los niños/alumnos*: desde los 3 años hasta estudiantes universitarios. Esta variable la incluyen porque consideran que la edad está asociada con marcos sociales de referencia.
- *Contexto social e institucional*: es la descripción del contexto en donde se realizan las investigaciones, en este caso sería contexto escolar.

- *Contenido/tareas de las Situaciones Didácticas*: son los contenidos que se trabajan en la asignatura durante la investigación.
- *Conocimientos previos de los alumnos*: es el grado de conocimientos que tienen los participantes con respecto a la tarea por realizar. Estos conocimientos previos son del conocimiento tanto del profesor como de los alumnos. Tener presentes los conocimientos previos de los otros influye de algún modo en las interacciones entre ellos.

El esquema que han seguido Coll y colaboradores para realizar el estudio empírico de la situación escolar (Coll et al., 1992) inicia con los acuerdos de colaboración con los participantes donde se establecen las condiciones en las que se realizará el trabajo, así como el acuerdo de confidencialidad. Una vez establecidos los acuerdos, se entrevista a los maestros para conocer los contenidos, los objetivos, materiales, intenciones, actividades, etc., del curso que va a trabajar; en el caso de los alumnos la entrevista inicial tiene carácter de evaluación diagnóstica sobre su conocimiento de los contenidos o tareas a realizar durante la situación didáctica que se afrontará.

El siguiente paso consiste en el registro en audio o video de todas las secciones de actividad conjunta; estas sesiones se pueden complementar con algún tipo de registro que considere pertinente el investigador. Finalmente se realiza una segunda entrevista a los participantes, en el caso del maestro se le pide su valoración de lo acontecido durante el transcurso de la situación didáctica

y a los alumnos para conocer su nivel de dominio de los contenidos con respecto a lo que reportaron inicialmente.

Aunque pareciera ser este un diseño de contrastación, la intención de Coll no es ésta, más bien su pretensión es analizar la manera en que van evolucionando las actividades conjuntas al interior de cada una de ellas.

Se presenta a continuación otro enfoque para el análisis de las interacciones dentro de las aulas, que como ya se había adelantado, es construido pensando específicamente en el área de matemáticas; aun así, se puede anticipar que el lector encontrará varios puntos de congruencia entre estas dos propuestas, por ejemplo entre la concepción de las formas de expresión del lenguaje, la consideración del ambiente del aula como una manifestación social, entre otras, aunque también se podrá percibir que este segundo enfoque es un poco más complejo en cuanto a la cantidad de perspectivas teóricas que integra para su constitución.

#### 3.3 ENFOQUE ONTOLÓGICO – SEMIÓTICO

El enfoque ontosemiótico (EOS), como le llaman sus autores (Godino, Contreras y Font, 2006a), surge de tomar en cuenta la Teoría de Situaciones Didácticas en Matemáticas, en ella, como lo menciona Brousseau (2004), la función del profesor es de reconocer e interpretar las acciones de los alumnos para poder organizarlas en una historia coherente en la que puedan distinguir lo

que deben aprender o lo que deben saber hacer para lograr su aprendizaje. El profesor entonces debe mantener ciertos equilibrios entre lo que se conoce, lo que se puede decir, lo que se muestra y lo que se ha acordado saber, a este tipo de situación Brousseau (1986) la llama *situación didáctica*.

Los equilibrios dentro del aula se logran con un ir y venir entre las *situaciones didácticas* y las *situaciones a-didácticas*. Las *situaciones a-didácticas* son aquellas en las que el profesor propone un problema para que el alumno lo resuelva por su propia cuenta, este problema debe provocar que el alumno actúe, hable, reflexione y evolucione a su propio ritmo. Ante la problemática planteada, el estudiante bien sabe que ésta fue elegida para que pudiera adquirir un nuevo conocimiento y que puede construirlo sin evocar razones didácticas. El conocimiento no se habrá adquirido hasta que el alumno sea capaz de ponerlo en práctica por propia cuenta fuera de todo contexto de enseñanza y en la ausencia de toda indicación intencional (Brousseau, 1986).

A partir de la teoría de las situaciones didácticas, el enfoque ontosemiótico ofrece herramientas para analizar los procesos de instrucción matemática y para valorar la idoneidad de tales procesos en términos de los aprendizajes matemáticos logrados (Godino et al., 2006a).

Por otro lado, el enfoque ontosemiótico de la cognición de la matemática toma del Interaccionismo Simbólico los conceptos de patrón de interacción, negociación de significados (mismos que se describieron en el apartado de interacción) y las normas sociomatemáticas que son las que controlan las

discusiones en la actividad matemática, regulando las argumentaciones e influyendo en las oportunidades de aprendizaje. Del mismo modo, las normas sociomatemáticas valoran la solución de un problema como inteligente o inventiva, así como si las explicaciones y argumentaciones se considerarán matemáticamente correctas.

Ampliando la zona de influencia de las normas sociomatemáticas hacia fuera del salón de clase, D'Amore et al., (2007) conceptualizan lo que llaman la *dimensión normativa*, que es un conjunto de normas que determinan la actividad matemática que es posible desarrollar en una institución específica. La figura 1, tomada del mismo texto de D'Amore, presenta los diferentes tipos de normas que se pueden involucrar dentro y fuera de las clases, así como antes, durante y después del desarrollo de las mismas:

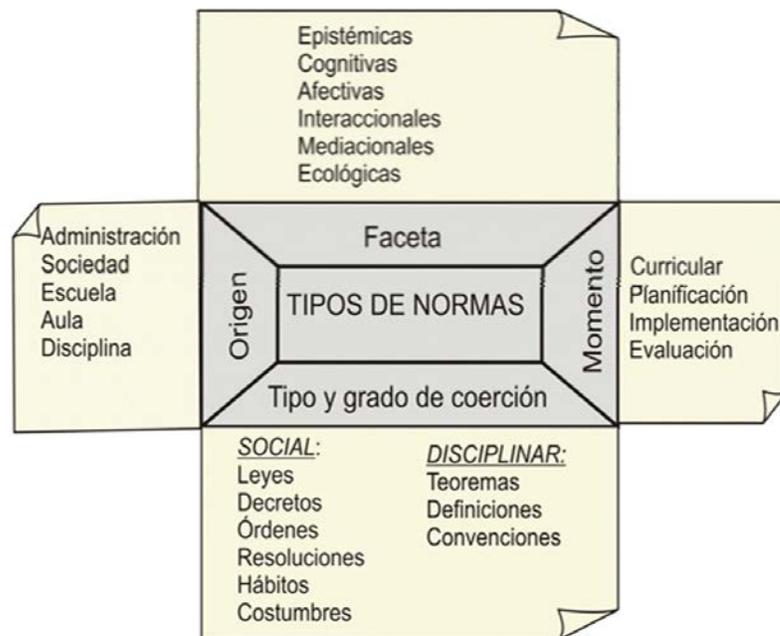


Figura 1: Tipos de normas de la dimensión normativa (D'Amore et al., 2007, p.58)

En la constitución del enfoque ontosemiótico se considera también la noción de Zona de Desarrollo Próximo, descrita por Vigotsky (1979), a la que definió como la distancia entre el nivel de desarrollo determinado por la capacidad para resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, establecido a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz.

De acuerdo a la propuesta de las zonas de desarrollo próximo, las experiencias de aprendizaje ya no se diseñarían exclusivamente sobre el nivel de desarrollo alcanzado por el niño, sino que incluirían situaciones vivenciales “más difíciles”, que se pudieran solucionar con algo de ayuda de otros más capaces. Así, el aprendizaje pasa de ser una experiencia individual a ser un proceso social, donde los otros son agentes de desarrollo (del Río, 1999).

Otro pilar constituyente del enfoque ontosemiótico son los supuestos del aprendizaje significativo propuesto por Ausubel, Novak y Hanesian (1983). Según lo plantean estos autores, el aprendizaje se genera a través de procesos de afianzamiento en relaciones adecuadas dentro de un sistema ideativo pertinente, y con la retención. Para que el aprendizaje se genere de esta forma es necesario que el material de aprendizaje sea potencialmente significativo y que exista una disposición a su aprendizaje. El aprendizaje significativo busca conformar en los estudiantes un cuerpo claro, estable y organizado de conocimientos, lo que depende directamente de la disponibilidad de la estructura cognoscitiva, de que el

nuevo material de aprendizaje se pueda discriminar de los sistemas ideativos establecidos, y de la estabilidad y claridad de las ideas de afianzamiento.

Para finalizar con las posturas teóricas que dan soporte al enfoque ontosemiótico, sus autores tomaron en cuenta el estudio de los problemas didácticos desde el Paradigma de Complejidad Sistémica propuesto por Morín. El problema teórico de la complejidad, así lo menciona Solis (2009), consiste en considerar la complejidad organizacional y la complejidad lógica de algún cuerpo de conocimientos en específico. La complejidad debe permitir, como lo refiere el propio Morín (2001, p. 34), “distinguir sin desarticular, asociar sin identificar o reducir” los componentes que aportan a la constitución de un cuerpo de conocimientos. El pensamiento complejo integra todos los elementos que puedan aportar orden, claridad, distinción y precisión en el conocimiento, procurando relacionar y dar cuenta de las articulaciones entre diversos aspectos de la realidad (Solis, 2009).

Aunque se mencionaron hasta el final algunos aspectos de la teoría de la complejidad, a la luz de ella se puede entender el hecho de que el enfoque ontosemiótico pueda tomar elementos teóricos tan diversos e integrarlos con el fin de analizar los procesos de instrucción matemática.

Buscando modelar la enseñanza – aprendizaje de un contenido matemático, el enfoque ontológico – semiótico (Godino et al., 2006a) concibe la actividad dentro del salón de clase como un proceso estocástico multidimensional compuesto por los factores epistémico, docente, discente, mediacional, cognitivo y

emocional, además, se le asigna un papel central al lenguaje, a los procesos de comunicación e interpretación y a la variedad de objetos que se ponen en juego en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La forma en que conceptualizan cada factor es la siguiente:

- 1) Trayectoria epistémica: es la distribución de los componentes del significado (problemas, acciones, lenguaje, definiciones, propiedades, argumentos), implementados institucionalmente a lo largo del tiempo de la enseñanza.
  
- 2) Trayectoria docente: distribución de las tareas/acciones docentes a lo largo del proceso de instrucción.

Este punto coincide con las fases en que se desarrollan las actividades del profesor propuestas por Llinares (2000), a saber: fase preactiva (planificación y organización de las matemáticas); fase interactiva (gestión del proceso de enseñanza – aprendizaje); y fase postactiva. Del mismo trabajo de Llinares se rescata también su enfoque de que para analizar la trayectoria docente hay que tomar en cuenta las perspectivas sociocultural y cognitiva, ya que éstas se relacionan con los conocimientos con que cuenta y de allí con lo que trabaja en el aula.

- 3) Trayectorias discentes: se refieren a la distribución de las acciones realizadas por los alumnos. En éstas se describen las acciones realizadas por cada uno de los estudiantes.

- 4) Trayectoria mediacional: representa la distribución de los recursos tecnológicos utilizados (libros, apuntes, manipulativos, software, etc.).
- 5) Trayectorias cognitivas: se refieren a la cronogénesis de los significados personales de los estudiantes, entendiendo por cronogénesis *la generación en el tiempo del saber matemático escolar como consecuencia de la interacción didáctica*. Se puede percibir un vínculo íntimo entre esta trayectoria y la trayectoria docente, ya que es el profesor el encargado de gestionar el proceso enseñanza – aprendizaje.
- 6) Trayectorias emocionales: aluden a la distribución temporal de los estados emocionales (actitudes, valores, afectos y sentimientos) de cada alumno con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio seguido.

Por otro lado y en el mismo marco del enfoque ontosemiótico, D'Amore et al., (2007) proponen cinco niveles de análisis didáctico de los procesos de estudio matemático. Éstos son el análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas (significatividad sistémica); elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos; análisis de las trayectorias e interacciones didácticas; identificación de normas y metanormas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (dimensión normativa); y valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio.

Para describir cada uno de los patrones de interacción dentro de la actividad matemática y buscar su relación con el aprendizaje, el enfoque ontosemiótico (Godino, 2002; D'Amore et al., 2007) toma en cuenta los siguientes seis tipos de objetos:

- 1) *Lenguaje*: representado por términos, expresiones, notaciones y gráficos, en un texto vienen dados en forma escrita o gráfica, pero en el trabajo matemático pueden usarse otros registros como el oral y gestual.
- 2) *Situaciones*: son las tareas que provocan la actividad matemática, pueden ser problemas, aplicaciones extramatemáticas o intramatemáticas, ejercicios, etc.
- 3) *Acciones* del sujeto ante las tareas matemáticas como operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo, procedimientos.
- 4) *Conceptos*: dados mediante definiciones o descripciones (número, punto, recta, media, función...).
- 5) *Propiedades* o atributos de los objetos mencionados. Suelen darse como enunciados o proposiciones.
- 6) *Argumentaciones* usadas para validar y explicar las proposiciones.

Al depender del contexto y del tipo de lenguaje utilizado (Godino, 2002), las entidades matemáticas pueden ser consideradas desde las dimensiones duales: personal/institucional, ostensiva/no ostensiva, ejemplar/tipo (interpretación lingüística de concreto/abstracto que se puede aplicar a cualquiera de los seis tipos de entidades primarias y secundarias con que se puede describir el trabajo matemático), elemental/sistémica (la parte elemental está dada por expresiones como “ordenar datos”, “representación”, “operación de suma”, mientras que la sistémica se conforma por los conceptos), expresión/contenido (dependencia entre el texto y sus componentes y entre los componentes entre sí, pero se le añade el que cualquiera de las entidades matemáticas puede tomar el papel de expresión o contenido que propone la ontología matemática).

Se puede esquematizar a los componentes y facetas de la cognición matemática ubicando al lenguaje, en cualquiera de sus manifestaciones, en el centro de análisis, ya que los conceptos, los argumentos, las propiedades, las situaciones y las acciones son evidenciados a través de él. Alrededor de esta relación estocástica de elementos se ubican las dimensiones duales arriba descritas, de tal forma que el análisis de las interacciones podrá aportar una comprensión más clara de la actividad dentro del aula.

#### 3.4 ELEMENTOS QUE ORIENTARON EL ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LAS INTERACCIONES.

##### 3.4.1 *Elementos comunes para el análisis e interpretación*

En el análisis e interpretación de las interacciones de esta investigación se utilizaron diversos elementos de las consideraciones teóricas, de los referentes aportados por las investigaciones previas y de algunos modelos de concepción del aprendizaje y la enseñanza, mismos que se fueron utilizando conforme a los distintos requerimientos que se suscitaron mientras se desarrollaba el trabajo.

Como inicialmente se requirió establecer un procedimiento que orientara el camino a seguir en esta actividad, se diseñó la ruta de investigación (ver figura 2) a partir de las necesidades propias de esta labor y del esquema planteado por Coll et al. (1992) en el estudio empírico de la situación escolar, lo único que no se tomó de la propuesta de Coll fue la entrevista inicial a los alumnos con carácter de evaluación diagnóstica, dado que, según el autor, se aplica a grupos de dos o tres alumnos y el presente estudio se realizó con tres grupos completos de secundaria.

Ahora bien, para el análisis propiamente dicho, se tomaron en cuenta puntos de concordancia entre los enfoques previamente presentados; uno de estos puntos es el de considerar que los protagonistas de las interacciones en el aula son el maestro, los alumnos y el conocimiento; otra es que el espacio del aula es un espacio sociocultural; una más es la de tomar en cuenta las zonas de desarrollo próximo, así como los papeles que les corresponde desempeñar tanto

al maestro como a los alumnos; otra coincidencia importante es que las interacciones no son producto del azar y su intencionalidad es contribuir de algún modo al desarrollo cognitivo; además, las unidades de análisis de las interacciones han de ser consideradas como elementos de una continuidad entre varias unidades y como consecuencia de las interacciones didácticas.

Un punto de encuentro percibido como primordial es considerar que el lenguaje puede manifestarse de varias maneras, no sólo de forma oral, lo que se vuelve trascendental al momento de observar clases de matemáticas; por último, los exponentes de las dos propuestas consideran que, a partir de su modelo, el investigador puede decidir qué tan profundamente quiere realizar el análisis de las interacciones en su estudio.

#### 3.4.2 *Elementos distintivos considerados en el análisis e interpretación.*

En cuanto a características particulares, que también se contemplaron para el desarrollo de esta investigación, el enfoque ontosemiótico se distingue sustantivamente del análisis empírico de la situación escolar, en que logra combinar los factores cognitivo y sociocultural (entre otros) en el análisis de las interacciones, cuestión que el modelo empírico presenta sólo como una propuesta o posibilidad. Por parte del análisis empírico de la situación escolar, es distintiva la amplia gama de variables y trayectorias que se pueden incluir en el análisis de las interacciones, lo que dio pie a la generación de las propias categorías de estudio.

Para la interpretación de los resultados de los tres grupos, un referente ampliamente utilizado es el texto de Godino et al. (2000), que trata sobre el interaccionismo simbólico en educación matemática y que se utilizó como pilar central en la construcción del apartado relativo a la interacción en este trabajo; aun con esta referencia, por las características propias de cada caso de estudio, se tuvo que recurrir a lo planteado por los modelos del conductismo, cognitivismo y del constructivismo representado en el trabajo cooperativo en el aula.

Otro elemento importante en el trabajo de interpretación fueron los resultados de las investigaciones sobre interacciones que se presentaron en el apartado 1.1., a partir de la revisión de la estructura de dichos estudios y las conclusiones a las que llegaron es que se pudieron explicar diversas situaciones encontradas en cada uno de los grupos.

Se tiene entonces un cuerpo teórico amplio constituido desde múltiples perspectivas, desde experiencias individuales plasmadas en los resultados de las investigaciones, pasando por los diseños de análisis de interacciones, hasta las grandes propuestas sobre la enseñanza – aprendizaje que ayudan a explicar con mucho el quehacer de los maestros y alumnos; esta diversidad se consideró necesario establecerla así, dada la intención de esta investigación y la variedad de estilos de interacciones de los grupos observados.

#### 3.5 ENFOQUE DIDÁCTICO DE LOS PROGRAMAS DE ESTUDIO DE MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA

Es necesaria una descripción de los enfoques de los Programas de Estudio 2006, porque éstos forman el encuadre teórico – didáctico oficial con el que se pretende enmarcar la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en las escuelas secundarias del país. Estos programas de estudio estuvieron vigentes al momento de realizar las observaciones estudiadas en la presente investigación.

Según lo descrito por la Secretaría de Educación Pública en los Programas de Estudio (SEP, 2006a) de matemáticas, el estudio de esta asignatura debe permitir a los jóvenes expresar matemáticamente situaciones que se presentan en diversos entornos socioculturales, así como utilizar técnicas adecuadas para reconocer, plantear y resolver problemas. Para ello la actividad escolar propiciará un ambiente en el que se formulen y validen conjeturas, se planteen preguntas y se utilicen procedimientos propios, a la vez que se comunican, analizan e interpretan las ideas y procedimientos de resolución.

Lo que conllevaría una actitud positiva hacia las matemáticas consistente en despertar y desarrollar en los estudiantes la curiosidad y el interés por investigar y resolver problemas, la creatividad para formular conjeturas, la flexibilidad para modificar su propio punto de vista con el uso de herramientas matemáticas con que se puedan ampliar, reformular o rechazar las ideas previas, así como la autonomía intelectual para enfrentarse a situaciones desconocidas. Todo ello asumiendo una postura de confianza en la propia capacidad de

aprendizaje, además de participar colaborativa y críticamente con sus compañeros (SEP, 2006a).

Con respecto a la metodología didáctica, el planteamiento central “consiste en llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés en los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados” (SEP, 2006a, p. 11). No se trata, como refiere el mismo documento de los Programas de Estudio, de que el maestro busque explicaciones más sencillas y amenas, sino que analice y proponga problemas interesantes, que estén bien articulados, para que los alumnos aprovechen lo que ya saben y así puedan avanzar en el uso de técnicas y estrategias cada vez más eficaces. La clave se encuentra, según la propia SEP (2006a) en la planeación de las clases que reflejen lo que en realidad sucederá en ellas, superando el mero requisito administrativo del llenado de formatos.

La metodología didáctica para las matemáticas de secundaria (SEP, 2006a) se centra en el desarrollo de cuatro competencias:

- 1) *Planteamiento y resolución de problemas*. Implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones utilizando más de un procedimiento y a su vez, reconociendo cuáles son más eficaces o bien, que puedan probar la eficacia de alguno en particular.

- 2) *Argumentación.* Se logra cuando los alumnos asumen la responsabilidad de buscar al menos una manera de resolver cada problema que se les plantea. Los argumentos pueden ubicarse en tres niveles de dificultad y se corresponden a tres finalidades distintas: para explicar, para mostrar o justificar informalmente y para demostrar.
- 3) *Comunicación.* Comprende la posibilidad de expresar, representar e interpretar la información matemática contenida en una situación o fenómeno.
- 4) *Manejo de técnicas.* Se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación al efectuar cálculos con el apoyo de tecnología o sin él. No se limita a hacer un uso mecánico de las operaciones aritméticas y algebraicas, ya que guarda una estrecha relación con la argumentación, en tanto que en muchos casos es necesario encontrar razones que justifiquen un procedimiento o resultado.

Como se puede observar, y así mismo lo señala la SEP (2006a), las orientaciones de la metodología didáctica propuestas para la enseñanza de las matemáticas en secundaria, exigen dejar atrás la postura tradicional consistente en <dar la clase>, explicando paso a paso lo que los alumnos deben hacer y preocupándose por simplificarles el camino que por sí solos deben encontrar.

Los contenidos expuestos en este capítulo componen la base teórica que guió el desarrollo de la presente investigación, tanto en su estructura como en algunos de los referentes utilizados para su análisis e interpretación. De forma complementaria, el siguiente capítulo se dedica a describir la construcción metodológica rectora de este trabajo.

## 4. Construcción metodológica

La “construcción metodológica” es el capítulo dedicado a la descripción de los elementos teórico – metodológicos de la microetnografía en el que se inscribe la presente investigación. Aunado a ello, se dan a conocer las características generales de los participantes junto al procedimiento que se siguió para su selección y, finalmente, se delinear las etapas de desarrollo de la ruta de investigación utilizada así como la secuencia de actividades hechas para su análisis e interpretación.

### 4.1 MÉTODO

Se ha mencionado que dados sus propósitos, esta investigación pretende describir, analizar e interpretar las interacciones que se generan entre maestro, alumnos y conocimiento dentro de aulas de matemáticas, para lo cual se considera que los comportamientos dentro del salón de clase se dan inmersos en un ambiente sociocultural definido por los integrantes del grupo.

En este sentido, el presente trabajo tiene una orientación etnográfica en su método, ya que como mencionan Hernández, Fernández y Baptista (2006) y Goetz y LeCompte, (1998), en el trabajo etnográfico se hace una reconstrucción analítica de los escenarios en que se desenvuelven grupos, culturas y comunidades, recreando para el lector las creencias, prácticas, artefactos, conocimiento popular y comportamientos. Así mismo, la etnografía tiene como

propósito el describir y analizar lo que las personas hacen de manera natural en un contexto determinado.

Ahora bien, como se quiere dar una respuesta consistente a la pregunta de *¿cómo se dan las interacciones entre maestro, alumnos y conocimiento dentro de aulas de matemáticas en la educación secundaria y qué significados e implicaciones conllevan?*, esta investigación considera el quehacer dentro del aula como su campo particular de estudio, de donde se extrajeron y analizaron las *unidades mínimas de interacción* (definidas en el apartado 3.1.3), para dar respuesta a dicha pregunta.

El aula entonces se ve, como menciona Montero-Sieburth (1993), como una cultura propia, con un contexto social y organizacional, con reglas de comportamiento explícitas e implícitas que podrían llegar a ser comprendidas por medio de la investigación. Por esta razón y en la misma orientación etnográfica, el presente trabajo corresponde más específicamente a un estudio microetnográfico.

La microetnografía, como señala Barfield (2000), se ocupa del estudio del habla y del lenguaje en su entorno social y cultural, entendiendo al lenguaje no sólo como una forma, sino también como un comportamiento y, como puntualiza Ibáñez (2006, p. 96), como un conjunto “de estrategias simbólicas que son constitutivas de la sociedad y que hacen posible la representación de los mundos posibles y reales a sus miembros”.

Entender el lenguaje como las formas de comunicación que permiten la representación de la realidad que se hacen los miembros de una sociedad, faculta a la microetnografía para poder estudiar las políticas de la representación, la conformación de la autoridad, la legitimación del poder, el cambio social, el proceso de socialización, las emociones, la relación entre la acción ritual y las formas de control social, el dominio específico del conocimiento y la cognición, el contacto cultural, etc. (Ibáñez, 2006).

La microetnografía, como señalan Moreira (2002) y Álvarez (2008), se centra en el análisis de los patrones con los que interactúan los miembros de una comunidad; hace énfasis en las cuestiones sociolingüísticas, observando y analizando detalladamente registros audiovisuales de interacciones humanas en escenas y situaciones clave. Según Álvarez (2008), la microetnografía tiene como supuestos el asumir que la comunicación verbal y la no verbal son culturalmente modeladas, aunque las personas en interacción no tengan conciencia de ello.

Para llevar a buen puerto la presente investigación se realizaron constantes observaciones (ver apartado 4.3) a los tres grupos de secundaria seleccionados, entrevistas tanto a maestros como alumnos (ver apartado 4.4), pero ¿cuántas observaciones y entrevistas se tienen que realizar?, ¿hasta qué punto el acercamiento a las interacciones en cada grupo se considera como suficiente? Para la investigación cualitativa el tamaño de la muestra no es determinante (Hernández et al., 2006), más importante es la construcción teórica de los conceptos utilizados (Berteley, 2000) que se puede alcanzar si se realiza una

exploración exhaustiva del fenómeno estudiado (Morse et al., 2003) de tal forma que se llegue a una *saturación* en la investigación, es decir, alcanzar el punto en que los datos obtenidos no aporten algo nuevo al estudio y por lo mismo redunden en la información que proporcionan (Martín – Crespo y Salamanca, 2007; Morse et al., 2003).

### 4.1.1 *Tipo de estudio*

En el inciso anterior se dejó asentado que el presente trabajo es de tipo microetnográfico, dado que se describen, analizan e interpretan los patrones de interacción al interior de ambientes sociales como son las aulas de clase de matemáticas. En este sentido, la actual investigación es un estudio cualitativo de tipo descriptivo que pretende dar cuenta de las formas de interacción suscitadas de manera natural al interior de las aulas de matemáticas de secundaria, junto a las posibles implicaciones de las mismas. Por lo que no es su intención el establecer alguna correlación entre las interacciones observadas y los factores asociados al aprendizaje, ni mucho menos el de realizar un comparativo entre los grupos en el sentido de poder definir “prácticas exitosas” o no, para mejorar el logro educativo en matemáticas.

Si se quisiera de algún modo comparar el desempeño entre las secundarias, que no es el caso, habría que tomar en cuenta, para empezar, que la cantidad de grupos por plantel es diferente (18, 3 y 9 según se presentan

respectivamente), el grado académico observado, el que los grupos sean equiparables, entre otras cosas, además de considerar la existencia de una gama de elementos como los expuestos en la investigación de Caso (2007), donde se estudia una amplia cantidad de variables personales y escolares involucradas en el rendimiento académico, mismas que no salen a la luz en este trabajo por el enfoque y los objetivos que fueron planteados.

De este modo, el análisis en este trabajo se realizó a través de categorías definidas por la vía inductiva, mismas que caracterizan de manera relevante a las interacciones observadas particularmente en cada grupo; para ello, se utilizaron los resultados de las investigaciones sobre interacciones en matemáticas (ver capítulo 2) y los aportes de los teóricos señalados en el capítulo 3.

En su conjunto, esto permitió *establecer sólo de manera hipotética* lo que las formas de interacción pueden producir en relación con el tipo de conocimiento que se adquiere, ya que no es objetivo del estudio constatar el impacto de los estilos de interacción en el aprendizaje de los estudiantes.

#### 4.2 PARTICIPANTES

Se trabajó con grupos de matemáticas de secundaria ubicados en la ciudad de Mexicali, B. C. Para establecer con quiénes se trabajaría se buscó que fueran grupos de escuelas diferentes, por ello y con la colaboración de alumnos de la carrera en docencia de la matemática que en ese momento estaban realizando

sus prácticas profesionales en secundarias, se pudo contactar a maestros de matemáticas de 9 escuelas diferentes a los que se les solicitó poder observar y registrar sus clases, explicándoles la intención del trabajo por realizar.

La elección de escuela, el grado y el horario en que se observó, estuvo sujeta a la disponibilidad de los maestros, ya que sólo tres de ellos aceptaron que se les observara. Una vez que los maestros aceptaron colaborar, se platicó con los directores de dos de ellos (el maestro de la *secundaria A* no consideró necesario notificarle al director) para explicarles en qué consistía la actividad y qué se buscaba con ella, además se solicitó también su autorización de acceso periódico a la escuela y su permiso de videograbar las clases de los maestros en los tiempos acordados. Así, los grupos observados fueron:

- Un tercer año (3°) de una escuela secundaria general del sistema federal (que en este documento referiremos como *secundaria A*), de turno matutino, con cuarenta alumnos, un maestro es su titular. Para esta secundaria, los resultados de matemáticas de la prueba ENLACE 2009 señalan que el 62.46% de todos sus alumnos (considerando los dieciocho grupos que integran la escuela) se ubicó en el nivel de insuficiente y el 32.03% en el nivel elemental (SEP, 2012c).
- Un primero (1°), de una secundaria particular (identificada en este texto como *secundaria B*), que trabaja en el turno matutino, cuenta con veinticinco alumnos y es conducido por una profesora. En esta escuela, los resultados de matemáticas de la prueba ENLACE 2009 señalan que

el 8.9% de sus alumnos (con un grupo por grado escolar) se ubicó en el nivel de insuficiente y el 30.5% en el nivel elemental (SEP, 2012c).

- Finalmente, Un primero (1°) de una escuela secundaria del sistema general estatal (etiquetada en este trabajo como *secundaria C*), que labora en el turno vespertino, constituido por treinta y dos alumnos y dirigido por una maestra. Los resultados de matemáticas de la prueba ENLACE 2009 señalan que el 51.42% de los alumnos (distribuidos en tres grupos por grado) se ubicó en el nivel de insuficiente y el 40.25% en el nivel elemental (SEP, 2012c).

Estas secundarias se ubican en una zona socioeconómica de clase media. Los registros de las clases se realizaron simultáneamente en las tres escuelas desde el inicio del mes de septiembre hasta mediados de diciembre del año 2009.

#### 4.3 LA OBSERVACIÓN

En estudios etnográficos, la observación se puede realizar principalmente de dos maneras, participante y no participante. Woods (1987) y Goetz et al. (1988) mencionan que la observación participante es el método más importante y puro de la etnografía, pero que a pesar de esto la *observación no participante* se ha vuelto la más común en la investigación educativa.

Goetz et al. (1988) señalan que la observación no participante consiste en contemplar y registrar los hechos sobre el terreno. Los mismos autores indican que no existe una distinción tajante en la investigación real entre los dos tipos de observación, ya que para que la *no participante* se dé de forma “pura” se tendría que observar a través de cámaras o grabadoras ocultas o a través de falsos espejos. Así, puntualiza, los observadores no participantes reducen al mínimo sus interacciones con los individuos para “centrar su atención no intrusivamente en el flujo de los acontecimientos” (p. 153).

Por su lado, Woods (1987), afirma que existen dos consideraciones para la validez externa en la observación, la “ideográfica” cuyo propósito es una mayor comprensión de la acción social que se estudia; y la “nomotética” que conlleva la generalización, la comparación y la teoría. Woods propone considerar ambos criterios con el fin de obtener una descripción rica de los acontecimientos al mismo tiempo que generalizable.

En cuanto a la validez interna, como el observar a través de cámaras o grabadoras ocultas sería éticamente sospechoso, lo sugerido es que el investigador gestione y acuerde su presencia en el grupo en calidad de un miembro más de éste, en donde está obligado a respetar las normas generales de conducta social (Woods, 1987).

El primer propósito de la presente investigación es el de “describir las interacciones observadas en aulas de matemáticas”, para ello, se utilizó la *observación no participante* ya que se considera que aporta el sustento para tal

acción, dada la no intervención del observador en las actividades, pero sí la contemplación y descripción de los hechos. Ahora bien, como el segundo propósito establece “analizar e interpretar”, se requiere de varios medios para registrar las observaciones con el fin de contar con la mayor cantidad de información posible que ayude en la descripción y análisis, así, se solicitó y obtuvo el permiso para grabar en video todas las clases y, en audio, cuando se consideró necesario.

La Tabla 1 muestra la cantidad de horas clase videograbadas en cada grupo, así como la cantidad de páginas generadas en la transcripción de esos videos y audios.

	Secundaria A	Secundaria B	Secundaria C
Número de horas clase videograbadas	14	19	16 En 7 de éstas, simultáneamente se hicieron grabaciones de audio a los alumnos
Número de páginas generadas en la transcripción de los videos y audios.	161	114	203

**Tabla 1:** Relación de número de horas clase videograbadas y páginas generadas en la transcripción.

En el cuidado constante de la validez de este trabajo, las intervenciones del investigador con los alumnos se redujeron al mínimo, limitándose a preguntas

breves sobre un quehacer en específico, aclarando que estas intervenciones no se dieron en todas las sesiones observadas; mientras que en el caso de los maestros, no se interactuó con ninguno durante las observaciones, las pocas entrevistas que se les hicieron ocurrieron una vez terminadas las clases (ver apartado 4.4).

#### 4.4 LA ENTREVISTA

Goetz et al. (1988) y Morse, Bottorff, y Boyle (2003), coinciden en señalar que los estudios microetnográficos recolectan la información a través de una serie de observaciones de un grupo o comunidad bien identificada. Por su parte, Morse et al. (2003) añaden que la información se puede complementar con entrevistas semiestructuradas y no estructuradas realizadas a personas que en general cuentan con un cúmulo de conocimientos y experiencias relacionados directamente con el problema o fenómeno estudiado.

Tarrés (2001) describe como entrevista semiestructurada a la que se realiza a modo de conversación sobre un tema en particular, pero dando al informante espacio y libertad para definir el contenido de la plática. La entrevista no estructurada, como sigue mencionando la autora, se genera en un contexto situacional dado de forma espontánea e informal y, ocasionalmente, en lugares donde el entrevistado realiza sus labores cotidianas. Es en este último tipo de entrevista que el papel del investigador es el de ser receptor pasivo, mantiene

algunas pausas entre preguntas e interviene sólo en lo esencial para orientar la conversación hacia el tema de interés.

En el sentido y finalidad con que Morse et al. (2003) y Tarrés (2001) describen a las entrevistas *semiestructuradas* y a las *no estructuradas*, en este trabajo se diseñó una *entrevista semiestructurada* dirigida a los maestros (ver anexo 1); mientras que las *entrevistas no estructuradas* se utilizaron, con los alumnos, en momentos muy concretos de algunas clases y, con los maestros, al finalizar las mismas; todo ello para complementar la información obtenida en las diversas observaciones, porque a pesar de que las diversas sesiones se videograbaron y algunas otras hasta se audiograbaron, hay hechos que sólo se pueden comprender en su totalidad con la explicación de quien actúa. La Tabla 2 concentra las entrevistas que se realizaron a cada uno de los maestros.

	Secundaria A	Secundaria B	Secundaria C
Entrevista semiestructurada inicial (anexo 1).	Aplicada	Aplicada	Aplicada
Número de entrevistas no estructuradas al finalizar algunas clases.	2	3	5

**Tabla 2:** Relación de entrevistas realizadas a los maestros observados.

### 4.5 RUTA DE INVESTIGACIÓN

#### 4.5.1 *Momentos de desarrollo*

Para la realización de la presente investigación se consideró el transitar por diversos momentos de trabajo (ver Figura 2) que iniciaron con el establecimiento de acuerdos de colaboración (del 24 de agosto al 4 de septiembre del 2009) con directivos y maestros de matemáticas de las escuelas secundarias donde se pretendía realizar el registro de las interacciones. Es en este momento cuando se establecieron los horarios en que se permitió el acceso al salón de clase. Como parte del trabajo consistió en el registro en video de las clases de matemáticas, se consideró pertinente contar con colaboradores que realizaran las transcripciones de las mismas, para ello se buscó a prestadores de servicio social profesional que estuvieran interesados en este trabajo.

En un segundo momento se diseñó una entrevista semiestructurada (ver anexo 1), que se aplicó a los maestros de grupo con los que se trabajó y en la que se les hicieron preguntas relativas a su preparación académica, a su antigüedad como docentes y a la manera en que han planeado el desarrollo general de su curso, incluyendo materiales, estructura de dinámicas y actividades. Con respecto a los alumnos, las pocas entrevistas no estructuradas en que participaron se dieron durante el desarrollo de algunas clases aprovechando la ocasión en que resolvían o no algún ejercicio y también cuando ellos mismos tomaron la iniciativa de decir frente a la cámara su percepción del trabajo en clase y del desempeño del docente.

El siguiente momento fue el más extenso en tiempo y trabajo (desde inicios de septiembre y hasta mediados de diciembre del 2009), ya que consistió en el registro (con cámara de video y/o grabadora digital) de las interacciones dentro de aulas de matemáticas a través de observaciones no participantes, al final de algunas clases se realizó una breve entrevista no estructurada al maestro y a algunos alumnos con el fin de completar la información recabada en ese día, para el registro de dicha entrevista se utilizó una grabadora digital.

Cada disco de video se rotuló con un código alfanumérico para su identificación y el archivo de la transcripción se nombró con ese mismo código, esto ayudó al momento de la lectura de los registros para poder identificar el video del que había surgido y así poder volver a ver ciertas escenas que en el texto no quedaban del todo contextualizadas.

Un ejemplo de este código alfanumérico con el que se identificó cada clase observada es el siguiente: (8) 2°ASEC902100984093031aos, el número entre paréntesis corresponde al de la clase observada (la octava para este ejemplo); 2°A, es la identificación que se le da al grupo en la propia escuela; SEC9<sup>5</sup>, el nombre de la secundaria; los primeros seis números después de la identificación de la escuela, 021009, señalan la fecha (dd/mm/aa) en que se realizó el registro; los siguientes seis, 840930 es el horario de la clase observada (en este caso de 8:40 a 9:30 a.m.); y 31aos, se refiere a la cantidad de alumnos que estuvieron presentes en esa clase en específico.

---

<sup>5</sup> El nombre de la escuela y grupo en este ejemplo son falsos y se utilizan solo con fines ilustrativos.

Finalmente y siguiendo con el proceso de identificación, en todos los archivos de las transcripciones se insertaron números de página que formaron un consecutivo con el último número de página del registro inmediato anterior de la misma escuela.

### 4.5.2 *Secuencia de actividades para el análisis de los registros de observación*

Un primer análisis de las interacciones se realizó desde los primeros registros de clases. Esta actividad consistió en la lectura de las transcripciones de los videos y con el uso de plumas de diferente color se hicieron notas marginales y se subrayaron expresiones verbales y acciones que de algún modo se tornaban significativas para el desarrollo de la clase, la información que trataba de un mismo tópico se marcaba con el mismo color pre asignado. Con el avance de este primer análisis, se pudo detectar lo que en investigación cualitativa se denomina la *saturación en la información*, para poder concluir con los registros y continuar con los análisis finales de las interacciones.

En la etapa del análisis final, en un mismo documento se concentraron todas las notas marginales y subrayados que se hicieron, especificando en cada uno el número de registro y de página de la cual se extrajo; enseguida, se hizo una relectura de lo concentrado con el fin de agrupar en un mismo bloque los comentarios que trataban del mismo tópico, de este modo, se definieron las diferentes categorías con las que se estudió a cada grupo.

Una vez definidas las categorías de análisis, se hizo la descripción de las interacciones de cada grupo con ejemplos textuales extraídos de las transcripciones, además, se utilizaron referentes teóricos que de algún modo fueran explicando los alcances de las interacciones. Al finalizar esta descripción y con el apoyo de los referentes teóricos señalados tanto en la propia caracterización grupal como en el capítulo de consideraciones teóricas de este trabajo, se realizó una síntesis de lo descrito que concluyó con la delineación de las implicaciones del interactuar observado entre maestro, alumnos y conocimiento.

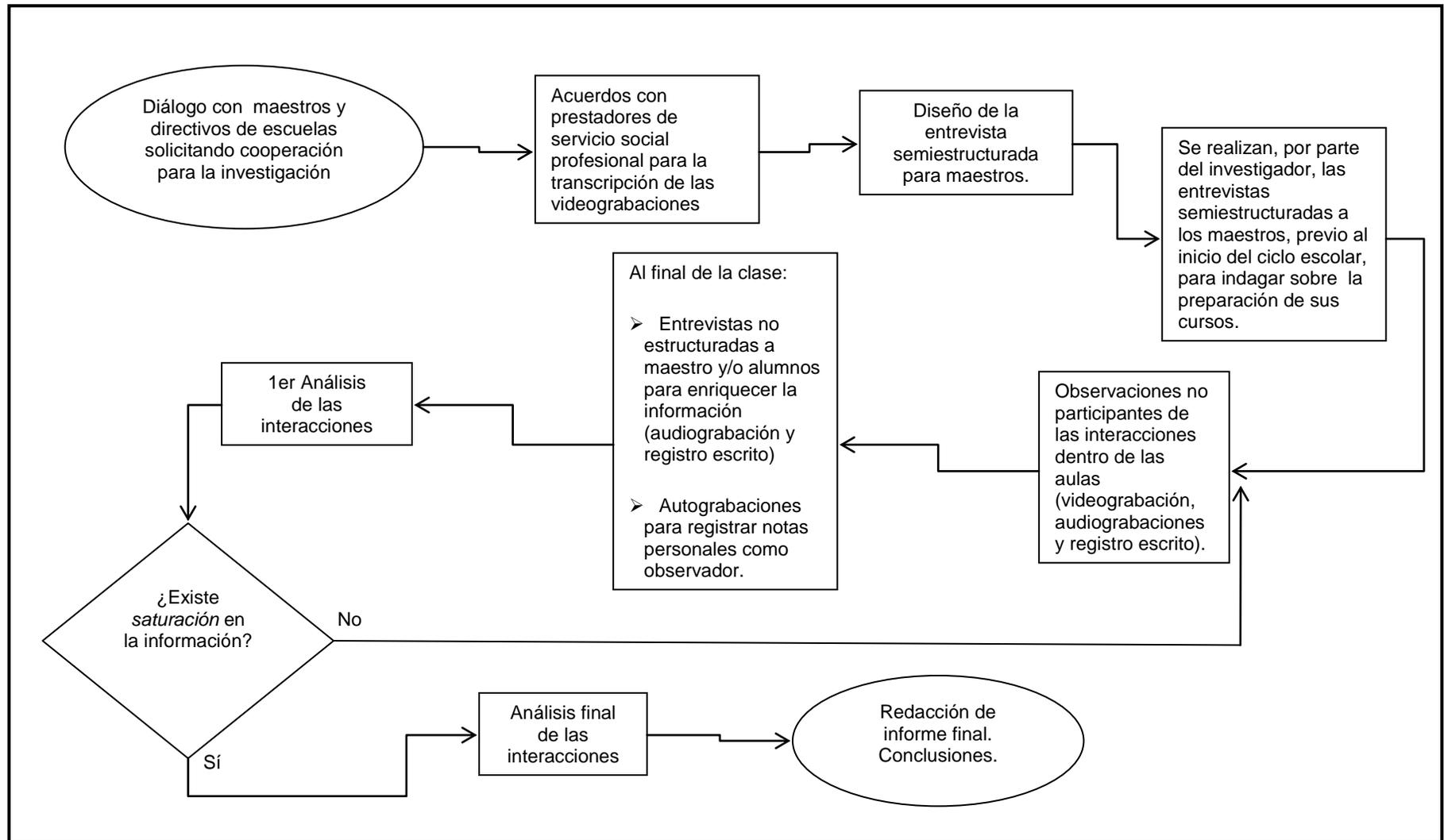


Figura 2: Ruta para realizar la descripción y análisis de las interacciones dentro de aulas de matemáticas

En el marco teórico aquí presentado, se realizó la observación, el registro y análisis de las interacciones de los tres grupos que fueron sujeto de estudio para este trabajo. El estudio de cada uno de ellos se presenta en los siguientes tres capítulos (4, 5 y 6) que comparten la misma estructura: inician con una descripción general de la formalización de los acuerdos de colaboración con el maestro del grupo y los medios utilizados para registrar la entrevista inicial, las clases y las entrevistas no estructuradas. Posteriormente se da a conocer el contexto del grupo, para seguir con la descripción e interpretación de las categorías de análisis que surgieron al estudiar con más detenimiento las interacciones al interior del aula.

## 5. Las interacciones del grupo de 3° de la Secundaria "A."

Para el caso del grupo de 3° se realizaron catorce registros de observación, mismos que fueron grabados en video. Con ánimo de acrecentar la información que pudiera recabarse, se realizó la entrevista inicial al docente (anexo 1); a los alumnos se les hicieron preguntas en algunas clases con el fin de conocer su punto de vista sobre una situación en particular, éstas también quedaron registradas en el video; además, se realizó una grabación con las notas personales sobre el acontecer de la sesión observada inmediatamente después de finalizar cada una de las clases, cuando se dio el caso, en dichas notas se hizo mención de lo platicado en las conversaciones ocasionales que se tuvieron con el docente durante el tiempo que duró la observación.

Lo que se presenta a continuación resulta del análisis reiterativo que se hizo a los documentos generados al transcribir las grabaciones arriba mencionadas.

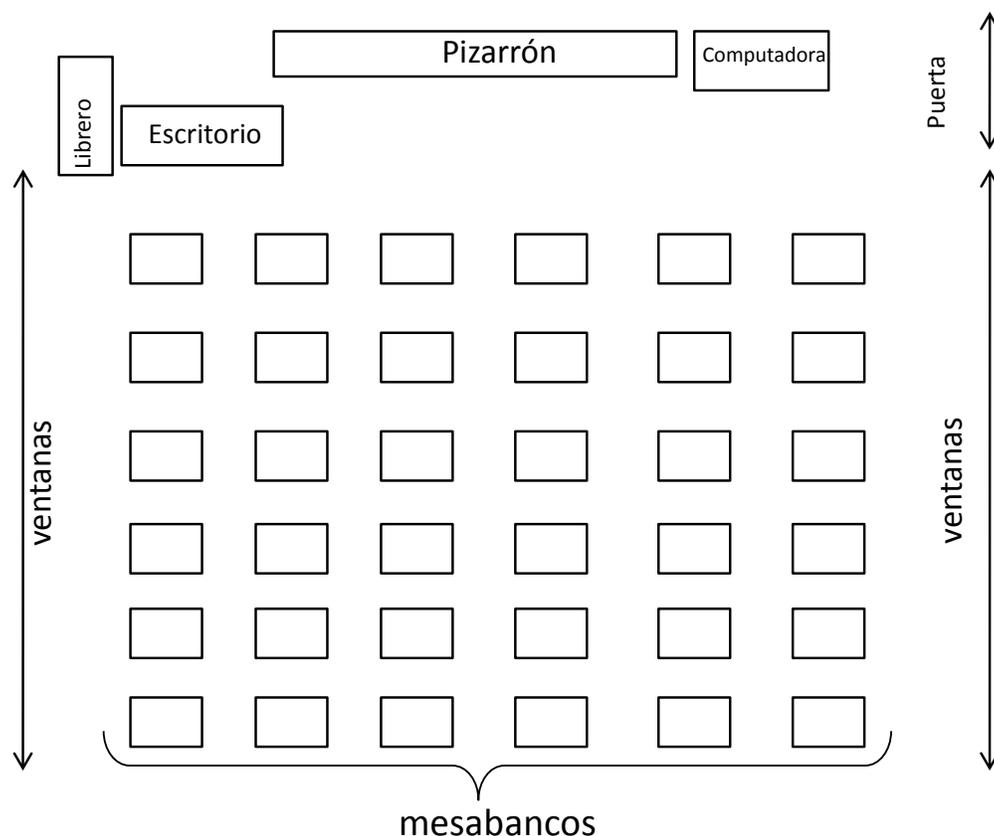
### 5.1 CONTEXTO DEL GRUPO

El grupo de 3° de secundaria que se observó pertenece al sistema federal de secundarias, ésta es una secundaria general mixta que ofrece sus servicios en el turno matutino y se encuentra enclavada en una colonia de clase media dentro de la ciudad de Mexicali. Cuenta con tres edificios de dos niveles para las aulas, un patio principal con canastas para basquetbol, un local para la cooperativa con mesas y sillas, cancha de futbol y oficinas para la dirección.

Un hecho que resalta, por su impacto en la dinámica de toda la escuela, es que la dirección del plantel organiza los horarios de clase de tal forma que un grupo cualquiera recibe sus lecciones en diferente salón dependiendo del día y la hora, por lo que se puede cambiar de salón en un mismo día; los directivos justifican este hecho dadas las disponibilidades de horarios de su planta de maestros, según ellos, de esta forma se aseguran el espacio de aula para todas las clases aunque las disponibilidades de los maestros coincidan. El horario para matemáticas del grupo de 3° les indica tomar dicha asignatura en dos salones diferentes durante la semana, es por esto que los lunes se les observó en un aula diferente a la que se les observaba los viernes.

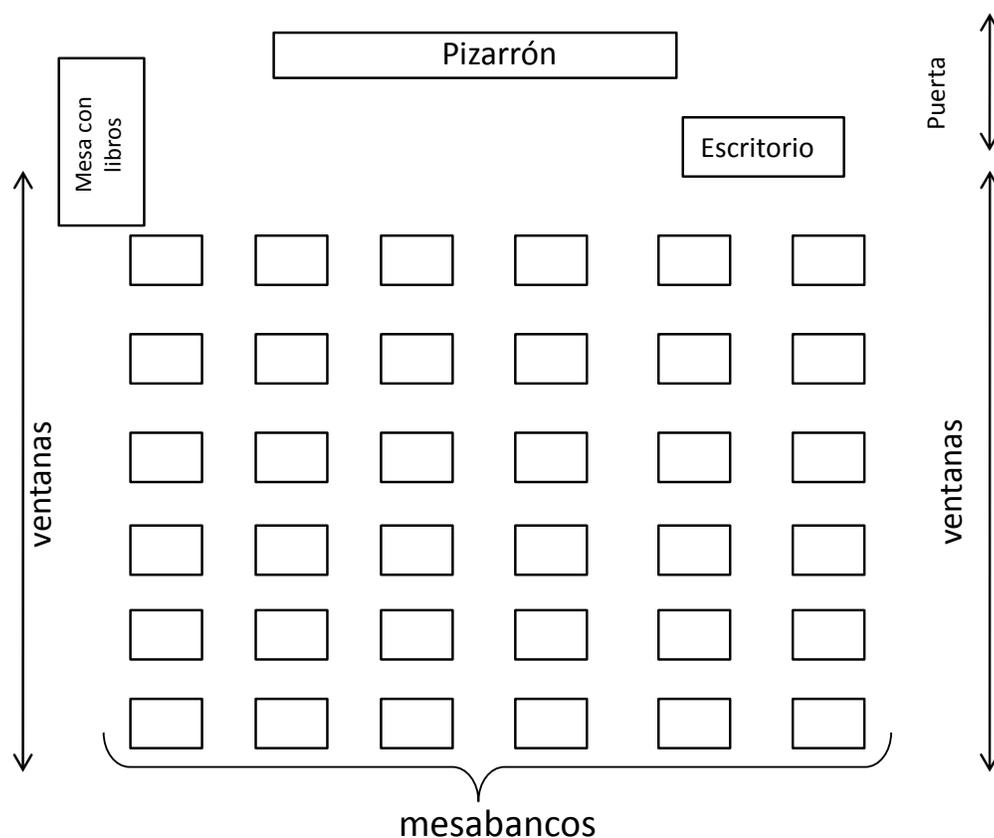
El salón de los lunes (ver figura 3), se ubica en la planta superior del tercer edificio con que cuenta la escuela (cada edificio es de dos plantas). Está equipado con computadora, pizarrón interactivo y cañón de proyección, mismo que se encuentra adaptado en el techo del salón. En la pared de enfrente a un lado del pizarrón y de la computadora está un calendario y dos cartulinas, en una de ellas están las fórmulas de área y perímetro del cuadrado, el círculo y triángulo; la otra cartulina, lleva por título “ley de los signos para las multiplicaciones y divisiones”, mostrando con símbolos matemáticos esta ley.

Con respecto a las ventanas, éstas, en cada pared, se componen de dos líneas paralelas de cristal que corren a lo largo del aula, las filas inferiores están pintadas de amarillo bloqueando de algún modo la visión hacia el exterior, las ventanas del lado izquierdo están más despintadas que las del lado derecho.



**Figura 3:** mapa de distribución del salón donde se observó al grupo de 3° los días lunes

El salón de los días viernes (ver figura 4), está ubicado en la planta baja del mismo tercer edificio, teniéndolo asignado la maestra de química, de allí que en la pared al lado izquierdo del pizarrón se pueda observar una tabla periódica de elementos; del lado derecho del pizarrón se aprecia un calendario. Sobre el escritorio y junto a la mesa de libros se colocaron macetas con plantas naturales. En cada pared, las ventanas se componen de dos filas paralelas de cristal que corren a lo largo del aula, la fila inferior de ventanas (de las dos paredes) está tapada con cartulinas, interrumpiendo la visión hacia el exterior. Este salón no cuenta con el equipo multimedia.



**Figura 4:** mapa de distribución del salón donde se observó al grupo de 3° los días viernes

El maestro a cargo de la asignatura de matemáticas para este grupo, tiene como formación las carreras de *profesor especializado en ciencias físico – matemáticas* y la de *licenciado en derecho*. Se mantiene actualizado en el ámbito docente con los cursos que año con año se ofrecen a todos los profesores del sistema educativo. Ha ejercido la docencia en el área de matemáticas durante veinticinco años en los tres grados de secundaria.

En la entrevista inicial que se le hizo al profesor, refirió que para el grupo de 3° realizó un diagnóstico de conocimientos de los alumnos al comienzo del curso; con éste buscaba conocer y reforzar el grado de dominio de los estudiantes en

cuestiones básicas de matemáticas (como él las llama) como son las operaciones básicas, así como áreas, perímetros y volúmenes de rectángulos, triángulos y círculos. Para el desarrollo del curso el maestro dijo que utiliza como material de apoyo la computadora y cañón que están instalados en el salón donde les corresponde la clase del lunes (el salón donde se ubican los viernes no tiene este equipo). Finalmente, hizo mención de que para evaluar toma en cuenta la asistencia, la puntualidad, la disciplina, los trabajos, las tareas y el examen.

El grupo de 3° está conformado por cuarenta alumnos (18 mujeres y 22 hombres) en lista de asistencia, aunque durante las observaciones nunca se tuvo la asistencia del grupo completo, así, la cantidad de alumnos que asistieron cuando se realizaron los registros fluctuó entre los veintiocho y treinta y ocho estudiantes.

Se acordó con el profesor que los horarios en los que se realizarían las observaciones serían los lunes y viernes de 8:40 a.m. a 9:30 a.m., dando su consentimiento para grabar en video las diversas sesiones. El primer día que se realizó una observación, el profesor manifestó al grupo su aceptación de que se hicieran las observaciones en los tiempos y forma mencionados. La cámara de video se sostuvo siempre en la mano y aunque la mayoría de las tomas se hicieron desde una de las dos esquinas al frente del grupo, en pocas ocasiones se caminó por los pasillos izquierdo o derecho ubicados al pie de las ventanas.

Con respecto al contexto social dentro del aula, los alumnos de manera natural forman pequeños grupos con sus amigos, están dos grupos de mujeres

que regularmente se sientan en las dos primeras filas del salón, ellas normalmente prestan atención a la clase y participan, aunque también se dan sus momentos de plática; está también la bina de hombres que llegan a ver películas en un ipod durante la clase (registro de la clase 10), ellos se localizan a la mitad de la primer columna de mesabancos cruzando la puerta; otro grupo de señoritas sentadas al final de esta misma primer columna, atiende más a su presentación (se maquillan y peinan dentro de clase) que a lo que dice el maestro.

Junto a las señoritas que se maquillan, se puede localizar a una sola muchacha a quien se le facilitan mucho las matemáticas y quien regularmente trabaja sola, aunque su ubicación en el salón se torna itinerante; a semejanza de ella, hay otra señorita y un muchacho que su dedicación al estudio es más concienzuda y por lo regular se sientan en las primeras filas. Estos tres alumnos sí se integran en diferentes equipos de trabajo cuando lo indica el maestro.

Dos equipos más de hombres se ubican hacia el centro y fondo del salón, (detrás de los dos primeros grupos de mujeres mencionados), y uno más al inicio de la última columna de mesabancos (la que está junto al librero) son de los grupos de hombres que menos trabajan durante la clase y que retan más abiertamente la autoridad del maestro (ver categoría 3: disciplina).

Al fondo del salón, en la última esquina, encerrado por los equipos de hombres del párrafo anterior, se ubica un equipo de mujeres, que al igual que estos muchachos, son de las que trabajan menos en clase. De hecho en varias ocasiones se pudo constatar que estas señoritas se dedicaban más a hacer

dibujos que a tomar apuntes de la clase y mucho menos prestar atención. Estos últimos cuatro equipos de alumnos mencionados (tres de hombres y el de las mujeres que dibujan), se ponen a trabajar cuando el maestro se acerca a ellos para llamarles la atención tratando de controlar su disciplina o para preguntarles qué están haciendo.

Al maestro se le encuentra en casi la totalidad de las clases al frente del salón o sentado en su escritorio; resultan extrañas las ocasiones en que transita entre los lugares de los alumnos, de hecho, cuando más se acerca a ellos es para llamarles la atención y verificar que aquellos a quienes regaña estén trabajando. El trato bidireccional maestro – alumnos se hace a distancia, el maestro desde el pizarrón, los alumnos desde sus lugares y en el caso de que el profesor quiera revisar tareas o ejercicios, son los alumnos los que van hacia el escritorio donde él está.

De algún modo esta disposición de los alumnos y del maestro provoca que el ambiente del salón sea siempre ruidoso, salvo la clase observada número trece que estuvo muy tranquila (notas de la clase 13), en las demás, el maestro tuvo que levantar más la voz buscando la atención de todo el grupo, aun así, siempre hay alguien que no le presta atención. Con respecto a la disciplina, el profesor dice (clase 8, entrevista posterior a la clase) que no quiere tener tan sometidos a los alumnos porque quiere que razonen, entonces los tiene que soltar un poco, además es difícil controlarlos porque “la cabeza de la escuela ya no es tan estricta como era en otros tiempos... lo que limita el actuar del maestro” y porque “los padres de familia ya no les exigen igual a los muchachos”.

Desde el punto de vista de los alumnos, algunos justifican su comportamiento porque consideran que el “maestro no explica bien” (entrevista con alumnas en la clase 12), otros van un poco más allá y expresan que ‘el maestro no les explica’ (entrevista con alumnos en la clase 11) y otros más argumentan el que en algunas ocasiones el maestro se equivoque en un procedimiento para asentar que es por eso por lo que se les hace difícil, tomando así una actitud de ‘no me interesa la clase’ (entrevista con alumnos clase 12).

Queda asentado que hay dos posturas bien definidas que responsabilizan a su contraparte del ambiente generado dentro del aula, provocando de esta manera un círculo vicioso que estanca en una rutina poco provechosa al proceso de enseñanza – aprendizaje.

Para concluir con este contexto, los temas trabajados en clase durante las observaciones fueron: operaciones algebraicas, solución de ecuaciones lineales, productos notables y factorización, solución de ecuaciones cuadráticas, perímetros, áreas y la descripción de las características de algunos polígonos regulares en cuanto a la medida de sus lados, su perímetro y la suma de sus ángulos internos. Veamos cómo se dan las interacciones al interior del grupo.

### 5.2 EL CONTROL DE LAS INTERACCIONES AL INTERIOR DEL AULA

En el estudio de las unidades de interacción que se sucedieron durante las clases del grupo de tercero de secundaria, se lograron identificar situaciones que,

por su ocurrencia reiterada, dieron origen a tres categorías de análisis y una subcategoría. Las categorías son: 1) *intervención del maestro*, de la que se desprende 1.1) *tipos de preguntas del docente*; 2) *intervenciones de los alumnos*, y 3) *disciplina*. La definición y descripción de cada una de ellas se presenta a continuación. Cabe resaltar que en los ejemplos textuales de las interacciones presentados a lo largo de este capítulo, se subrayan algunas palabras, la finalidad de ello es resaltar los elementos medulares de la propia interacción.

### **Categoría 1:** Intervención del maestro

**Definición:** describe los modos de proceder del docente en las unidades de interacción.

Se observó, en el transcurrir de las clases, que el docente se mueve exclusivamente al frente del salón, ya sea cuando expone desde el pizarrón, manipulando el equipo multimedia o sentado en su escritorio. Desde allí, las interacciones que protagoniza se caracterizan por mantener un control general para realizar los diversos procedimientos,

Alumna: Profe, ¿puedo usar calculadora? (las alumnas 1 y 3 están platicando)

Maestro: Sí. Hay que hacer las operaciones, primera operación, menos por menos.

Alumna: Más

Maestro: 9 negativo al cuadrado, menos 9 al cuadrado, recuerden todo número elevado al cuadrado es positivo, y 9 por 9 ¿es?

(clase 12)

situación que se mantiene cuando él mismo solicita algunas justificaciones:

## 5. Las interacciones del grupo de 3° de la secundaria "A"

---

Maestro: 4 por  $x + 2$ , 4 por  $x + 3$ , 4 por  $x + 4$ . ¿Por qué 4 muchachos? (el alumno 11 se volteó a preguntarle al alumno 12) Decíamos que era la suma, ¿Qué no dijimos que el perímetro es la suma de todos los lados?

Alumna:  $4x + 4$

Maestro: ¿Pero por qué le ponemos 4?

Alumna: Porque tiene 4 lados

Maestro: Pues sí ¿y si tiene 5 le voy a poner 5?

Alumna: Porque está contando los...

Maestro: La razón principal de que le ponemos 4 es porque los 4 lados son iguales, porque yo puedo tener un rectángulo y ese rectángulo tiene 4 lados pero no son iguales todos ¿verdad que no?

Alumnos: No

(clase 1)

A la par de lo anterior, se encontró que el maestro privilegia el aprendizaje de tipo algorítmico, ya que sistemáticamente dicta a los alumnos los pasos que tienen seguir para resolver diversas operaciones:

Maestro: Vamos a ver el procedimiento directo, pónganle ahí "procedimiento directo..."

Alumnos: Espéreme maestro

Maestro: Es que desde que llegan y no pueden sacar el cuaderno. "Procedimiento directo para obtener el resultado..."

Alumna: Procedimiento ¿Qué?

Alumnos: Es viernes, día de party

Maestro: Si es cierto, es viernes, "para obtener [la alumna 6 se levantó a sacar punta] el resultado de dos binomios con termino común... [El maestro está prentiendo la computadora]

Alumna: Profe ¿binomio común y binomio conjugado son lo mismo?

Maestro: No

Alumna: Binomio ¿Qué? [Los alumnos 7, 8, 9 y 10 están platicando]

## 5. Las interacciones del grupo de 3° de la secundaria "A"

---

Maestro: Común, punto y aparte. Número 1, se eleva al cuadrado el término común, punto y aparte, cuide su lenguaje por favor (al alumno 11), ¡hey, shhh, shhh! [callando al alumno 11], no estás en tu casa mijo. Se eleva al cuadrado el término común. Número 2...

(clase 3)

y también porque cuando se le plantean dudas con respecto a un mismo tópico, su explicación consta de la repetición de los procedimientos ya mencionados:

[Se realiza la multiplicación de binomios  $(x + 8)(x + 4)$ ]

Alumna: ¿Qué no es x por 4?

Maestro: Entonces multiplicamos 12 por x ó x por 12, está multiplicando el común por la suma. A ver, guarden silencio allá atrás, por favor. Voy a repetir nomás este paso para que pongas atención y no te confundas, multiplicar el que es común, o sea la x, ¿por quién?, por la suma de los otros dos, en este caso la suma porque ya nos dijeron que son del mismo signo.

Alumna: ¿Por qué puso 12x?

Maestro: Porque  $8 + 4$  son 12, estoy mencionando que vamos a sumar los otros 2, los otros dos son 8 y 4, ya dijimos por qué los sumamos, no todo el tiempo se suman, aquí no los sumamos porque no tienen el mismo signo, aquí si lo tiene, y al multiplicar dijimos que quedaba 12 positivo x.

(clase 3)

Como se puede observar el maestro trabaja según el *patrón extractivo* del interaccionismo simbólico descrito por Godino et al. (2000), dado el énfasis en la solución del ejercicio y que los estudiantes se limitan a seguir paso a paso lo propuesto por el maestro. Aunado a esto, una característica sobresaliente que tiene el docente al conducir las interacciones es plantear preguntas. Es tan reiterativo este suceso que se consideró necesario distinguirlo como una subcategoría de la *intervención del maestro*. A dicha subcategoría se le denominó *tipos de preguntas del docente*.

**Subcategoría 1.1:** Tipos de preguntas del docente

**Definición:** tipifica las preguntas planteadas por el profesor.

En las unidades de interacción, la pregunta es el recurso que más utiliza este docente para dirigirse a sus estudiantes. Se realizó una clasificación de estos cuestionamientos y se encontró que se formulan preguntas dirigidas a todo el grupo donde a los alumnos se les permite contestar libremente, a este tipo de interrogantes las llamaremos *pregunta general*:

[Un alumno leyó su apunte]

Maestro: (Repitiendo) Elevar al cuadrado el primer término, y ¿cuál es el primer término?

Alumnos: x

Maestro: x, y ¿si lo elevo al cuadrado, cómo va a quedar?

Alumno:  $x^2$

Maestro:  $x^2$ , exactamente  $x^2$ , el paso número 1 es super sencillo, se los dije el otro día...

(clase 2)

Maestro:  $m^2$ , el segundo paso dice vamos a multiplicar el término común, o sea, la m, ¿Por qué vamos a multiplicar?, por la suma o la resta, ¿le voy a sumar o le voy a restar ahí?

Alumnos: A sumar, a sumar

[Paola está resolviendo sola el ejercicio y lo hace de manera correcta]

Maestro: A sumar ¿Por qué?

## 5. Las interacciones del grupo de 3° de la secundaria "A"

---

Alumnos: Porque tienen signos iguales

Maestro: Porque tienen el mismo signo, los dos son negativos, entonces la suma  
¿Cuánto me da?

Alumnos: Menos

(clase 3)

Maestro: ¿Ya?, segundo valor es 4, 4 al cuadrado ¿Cuánto es?

Alumno: 8

Maestro: No puede ser ocho

Alumnos: 16

(clase 14)

Cuando a la pregunta general responde una minoría grupal y el maestro no sondea si la mayoría del grupo entendió o si existen más dudas, esto hace suponer al profesor, como menciona Vázquez (1997), que precisamente no existen dudas, que todos entendieron o que todos están de acuerdo; el mismo autor tipifica estas preguntas como *desobligantes*. El maestro del grupo de 3° utiliza en todas sus clases este modo de preguntar, como se puede apreciar en la siguiente interacción:

Maestro:  $n^2$ , multiplicar por 2... 2 por  $n$  por  $\frac{1}{2}$  negativo, ahí está. ¿2 por  $n$ ?

Alumnos:  $2n$ ,  $2n$  por 1

Maestro: Y ¿más por más?

Alumnos: Más 1 (los alumnos 7, 8 y 9 están platicando)

Maestro: ¡¡Ah chihuahua, por qué!! [Tono de sorprendido]

Alumna: Porque dijo  $n$  más 1

Maestro: No dije  $n$  más nada, dije 2 por  $n$

Alumna: Ah ok

Maestro:  $2n$  por 1

Alumna 3: ¿ $2n$ ?

Maestro: Pues sí, ¿5 por 1?

Alumna: 5

(clase 2)

Además se observó que la mayoría de las *preguntas generales* son utilizadas *para conocer el resultado de operaciones matemáticas* específicas (como también se puede apreciar en alguno de los ejemplos arriba presentados), esta es otra característica de las interacciones al interior del grupo que se describe con mayor amplitud en la siguiente categoría: *intervenciones de los alumnos*.

### **Categoría 2:** Intervenciones de alumnos

**Definición:** describe en qué consisten las intervenciones que tienen los alumnos en las unidades de interacción.

Como ya se comenzaba a vislumbrar en la categoría 1, las participaciones de los estudiantes consisten en dar una única respuesta a las preguntas que el maestro plantea:

Maestro: siete por siete y menos por menos es más, ¿siete por siete es?

Alumnos: 49

## 5. Las interacciones del grupo de 3° de la secundaria "A"

---

Maestro: 49, más por menos, menos y once por siete son 77, ¡si no me equivoco! más 28 (durante la explicación de las operaciones regresa constantemente la vista al frente de los alumnos y al pizarrón), vamos a hacer lo mismo que en el anterior, vamos a sumar los que tienen el mismo signo que son el 49 y el 28 ¿Cuánto me da? (pausa de silencio) ¿49 más 28?

Maestro: ¿Cuánto es?

Alumno: 77

Maestro: 49 + 28

Alumno: 49 más ¿qué?

Maestro: más 28

Alumnos: 57... 67

(clase 12)

Aunque las respuestas de los alumnos generalmente son correctas, éstas son corroboradas y justificadas únicamente por el docente

Maestro: ¿A cuánto equivale la suma de todos los ángulos interiores del rectángulo?

Alumna 15: 180 (lo dijo en voz baja, por lo que el maestro no la escuchó)

Maestro. ¿Cuánto?

Alumnas: 360

Alumnas: 360

Maestro: ¡360, porque son 2 triángulos! [Tono de obvio]. Son 360°, ¿se fijaron?, ahora bien, ahora vamos a trazar otro.

(clase 5)

pero, como se puede observar en los ejemplos, el maestro no se cerciora si sus estudiantes comprendieron el por qué de lo enunciado, es más, en último ejemplo se puede apreciar la pregunta de tipo desobligante "¿se fijaron?" para

concluir con ese ejercicio. Con este proceder el docente de cuenta que trabaja también según el *patrón afirmativo* descrito por Godino et al. (2000), lo que conduce a una comprensión superficial e instrumental de lo que se está estudiando.

Por otro lado, cuando el maestro indica a los alumnos que resuelvan por su propia cuenta los ejercicios, se observa que algunos trabajan en equipos, otros de forma individual y los últimos se dedican a otras cosas que no son de la clase. En esta línea de trabajo dispuesta por el profesor, los alumnos de algún modo se han acostumbrado a resolver los ejercicios siguiendo únicamente las indicaciones del maestro, aun cuando éste no intervenga en la actividad que realizan; es sólo cuando se les pide justificar lo elaborado que los alumnos explican de algún modo su proceder:

Observador: ¿Por qué era sobre 6?

Alumnas: Mande

Observador: En las fichas de dominó ¿Por qué era sobre 6?

Alumna 11: Es que nos dijeron que teníamos que ponerle así, y luego así

Observador: Pero ¿de dónde sacas el 6?

Alumna 11: Porque una ficha lo más que puede tener es 6 bolitas y un cubo también tiene 6 caras (la alumna 11 hace alusión al problema anterior que era sobre un cubo).

(clase 10)

Alumno: ¿Cómo se resuelve?

Alumna: como ecuación.

Alumno: pues si pero...

Observador: ¿Cómo fue que tú lo planteaste?

Alumno: porque el maestro dijo.

(clase 11)

También en las interacciones al interior del trabajo por equipos se evidencia que, además de trabajar sólo como lo había indicado el maestro, los alumnos que parecen entender más sobre el tema explican reflejando el mismo estilo de trabajo del profesor, que consta, como vimos en la categoría 1, en tener al interlocutor de espectador y realizando por él los diferentes procedimientos, indicando de cierto modo los procesos a seguir sin exponer justificación alguna. Las oraciones subrayadas denotan lo comentado:

Alumna G2: después de la comprobación ¿qué vamos a hacer ahora?

Alumna G4: es que está fácil, sólo deben saber... en lo... en lo... como está la ecuación.

Alumna G3: aquí ¿qué signo se pone?

Alumna G4: más

Alumna G2: ¡ah! sería igual... mira [dirigiéndose hacia alumna G1] menos y aquí es... como es menos, aquí le voy a poner más, más 10, aquí en la comprobación.

Alumna G1: en el resultado vas a poner así

Alumna G2: no, aquí en la comprobación.

Alumna G4: [jalándole el cuaderno a su compañera] vas a poner la ecuación, es la misma ecuación, sólo que vas a quitar las "x" y vas a poner el dos.

Alumna G2: ¿Cómo, cómo?

Alumna G4: vas a apuntar ésta pero en lugar de poner la "x" vas a poner el dos

Alumna G2: [al escribir, ella se pregunta] ¿Cómo en el lugar de las "x"?

Alumna G3: y sin las "x"... quita las "x"

[La alumna G4 le ayuda borrando lo que tiene mal, diciéndole lo que debe de escribir y dónde]

Alumna G2: ¿Por qué dos, Adriana?

Alumna G4: porque es el resultado de la factorización

Alumna G2: ¡Ohh!

(clase 12)

Como lo señalan Hernández (1998) y Durán y Vidal (2004), el mayor respaldo teórico al trabajo por equipos proviene por separado de las teorías de Piaget y de Vigotsky, ambas escuelas resaltan ventajas como: el uso del mismo lenguaje, mayor confianza e inmediatez para aclarar errores, oportunidad de ayudar, de cooperar y de motivar; pero para lograrlo, se necesita la formación previa tanto de docentes, en el diseño instruccional adecuado de esta modalidad de trabajo, como de alumnos, en el sentido de que entiendan y pongan en práctica los principios del trabajo en equipo (cooperativa o colaborativamente) (Serrano, González-Herrero y Pons, 2008), ya que la calidad del producto final puede diluirse ante la falta de monitoreo del docente que provoca que sus alumnos repitan su mismo esquema de enseñanza –con pros y contras- y como es el caso de este grupo de 3ro., se enfoquen nada más en el saber hacer, al seguir, sin ningún tipo de razonamiento, una serie de pasos para poder llegar a la solución.

Considerando en conjunto las categorías tanto del docente como de los alumnos, se aprecia que el protagonismo que ejerce el profesor al realizar los

diversos procedimientos conlleva que la solución de los ejercicios sea el fin principal del momento, enfocando a los estudiantes en seguir paso a paso el modo de resolución que les es presentado. Aunado a esto, las preguntas están orientadas a dar una única respuesta al final de un proceso determinado, pero el profesor no se cerciora de si sus estudiantes comprendieron la razón de lo expuesto ya que utiliza con frecuencia las preguntas de tipo general y desobligantes.

De este modo, tal parece que las competencias de los estudiantes están en muy bajo nivel de desarrollo, por lo que se les conduce a una comprensión superficial e instrumental de lo estudiado, tal cual lo describe Godino et al. (2000) cuando habla de las interacciones al interior de las aulas desde el punto de vista del interaccionismo simbólico (ver apartado 3.1.2), específicamente con las interacciones constituidas por los patrones *extractivo* y *afirmativo*.

Así mismo, se pueden apreciar coincidencias con lo que reportaron en su momento de Guzmán (2000), Moreno (1997), Vergara (2005) y Ledezma y Rodríguez (2005), sobre el acontecer dentro de las aulas de matemáticas, en una síntesis conjunta, los autores mencionan que el esquema de trabajo consistente en dar instrucciones, revisar tareas, exponer el tema de la sesión y hacer preguntas a los alumnos donde lo fundamental es dar la respuesta correcta, conlleva a subestimar el análisis de los procesos utilizados, el aprendizaje a partir del error, la obtención de un aprendizaje más significativo y la pasividad e indiferencia con respecto a la clase.

Las interacciones maestro – alumnos, como parte de las manifestaciones de la cultura dentro del aula, se enmarcan en el escenario de la disciplina de la que los dos actores son corresponsables, veamos ahora la caracterización de los comportamientos de los alumnos en este grupo.

### **Categoría 3:** Disciplina

**Definición:** maneras en que los alumnos manifiestan su comportamiento dentro de la clase.

La disciplina surge como una categoría de análisis en el grupo de 3°, porque se observó desde un inicio la falta de atención a la clase de parte de muchos alumnos, además de su dedicación a realizar otras actividades ajenas a la asignatura:

[Se escucha barullo. El alumno 3 se fue a platicar con el alumno 18 a quien la alumna 17 le estaba dando masajes en los hombros]

(clase 1)

Maestro; Ok, y cuánto es  $4x^2$ ,  $2x$  porque 2 por 2 y x por x [los alumnos 15 y 12 estaban platicando. La alumna 9 estaba coloreando un dibujo] entonces pueden ir poniendo el ejemplo...

(clase 1)

Maestro: ¡A cualquier punto! [tono fuerte], a cualquier punto de la misma, trazar un segmento de recta... [Un alumno acaba de llegar, las alumnas 3 y 4 están viendo algo a contraluz]

Alumna: ¿ése es el 2?...

(clase 7)

Alumna 8: Profe es menos  $b^2$

Maestro: Menos  $b$

Alumna 8: No, pero donde está la raíz [los alumnos 6, 7 y 9 están platicando]

Maestro: Es  $b^2$

(clase 14)

También se hicieron evidentes expresiones de reto a la autoridad que representa el maestro:

Maestro: Ya ve. Miren, ella dice "no le entendí", ¿sí?, sí le entendió y porque sí sabe que tiene qué multiplicar, pero no lo quiere hacer, es más fácil decir no le entendí.

Alumna 10: Y si no sabe ¿Qué?

Maestro: Sí, sí sabe, 2 por éste...

(clase 2)

En conjunto, estas manifestaciones de disciplina fueron utilizadas como justificación del maestro sobre su manera de conducir la clase, además de asentar la responsabilidad del avance de la misma en los alumnos:

Maestro: antes de que se levanten, en la próxima clase si vuelven a seguir igual hablando, yo los voy a dejar que sigan hablando y no les voy a explicar hasta que se callen, como ahorita demasiado tarde y no alcanzamos a explicar bien. La próxima clase espero que estén más calladitos.

(clase 11)

Como se pudo apreciar en las primeras dos categorías de este grupo y dado el protagonismo del docente en la realización de las diversas actividades, la línea de trabajo que se sigue presenta pocas variaciones, lo que a su vez provoca que un número significativo de alumnos deje de poner atención, como lo mencionan Curwin y Mendler (2003) en su estudio sobre disciplina. Según ellos, "muchos maestros alientan los problemas menores en el salón de clases, como dejar el asiento, patear el piso, tamborilear con el lápiz y hablar, por no variar la manera como se presenta la información" (p. 216).

Y aunque éste no es el único factor que influye en la disciplina, sí ayuda en la explicación del por qué el ambiente disciplinar en este grupo es caracterizado por la dedicación de muchos alumnos a actividades que no son de la clase, incluyendo la plática que genera barullo, además de las manifestaciones claras de reto a la autoridad.

### 5.3 INTERACTUANDO PARA SABER HACER

Con base en lo presentado en este apartado del grupo de 3° de la Secundaria A, se pudo construir la siguiente tabla que presenta el papel desempeñado tanto por el maestro como por los alumnos en las interacciones analizadas

## 5. Las interacciones del grupo de 3° de la secundaria "A"

Maestro	Alumnos	Conocimiento
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Guía la ejemplificación y solución de ejercicios de dos formas:                             <ul style="list-style-type: none"> <li>1) Dictando "los pasos" para su solución, enfatizando que los alumnos lo utilicen como guía para siguientes tareas.</li> <li>2) Al resolver desde el pizarrón un ejercicio, las preguntas a los alumnos implican solo la respuesta a una operación o a decir "el siguiente paso" que se deberá hacer en el procedimiento.</li> </ul> </li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Responden en coro a las preguntas del maestro, mencionando el o los resultados de la operación planteada.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Se privilegia el aprendizaje memorístico, circunscrito en el conocimiento procedimental de tipo algorítmico.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Las dudas se "aclaran" repitiendo lo ya dicho en la exposición.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Son pocos los alumnos que expresan alguna duda y esto no sucede en todas las clases.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Deja que los alumnos trabajen por su propia cuenta, una vez que se les indica qué tienen que resolver.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Los alumnos deciden si trabajan en equipo o de manera individual.</li> <li>➤ Hay otros tantos que deciden no trabajar.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Si los alumnos trabajan en equipo, se explican entre sí utilizando el mismo estilo del maestro.</li> </ul>

**Tabla 3:** Papel desempeñado por maestro, alumnos y conocimiento en las interacciones del grupo 3°

Como se puede apreciar en la Tabla 3, quien marca la pauta para el desarrollo de las interacciones en ocasiones es el maestro y en otras son los alumnos, es decir, se ejerce una especie de control absoluto en el desarrollo de la actividad de tal forma que no se le da a la contraparte la oportunidad de participar con opinión en el desarrollo de las actividades. Así, el maestro dice a modo de imposición qué es lo que se va a realizar y, en el caso de los alumnos ellos deciden si trabajan o no y de qué manera.

Los registros de observación dan cuenta de que es en las clases 1, 2, 3, 5, 6, 8, 13 y 14 donde el control, descrito en el párrafo anterior, lo tiene el docente; en las clases 4, 7, 9, 10 y 11 el protagonismo es exclusivo de los alumnos; mientras que en la clase observada número 12 se percibe que el maestro cede un tanto el control del proceso, pero sigue estando de su lado la intervención dentro de las actividades. En otras palabras, es en 8 de 14 clases donde el control es absoluto del maestro; en 5 de las mismas 14, los alumnos marcan la pauta y en sólo una, el control está del lado del profesor, pero lo comparte con los alumnos.

Una vez apreciado cómo se dan las interacciones al interior del aula de matemáticas del grupo de 3°, cabe ahora preguntarse, ¿qué implicaciones conllevan éstas? Veamos el siguiente apartado.

### 5.4 LOS SIGNIFICADOS E IMPLICACIONES DE CONTROLAR LAS INTERACCIONES PARA SABER HACER MATEMÁTICAS

El paradigma conductista de la educación (Hernández, 1998) concibe a la enseñanza como un proceso meramente instruccional, donde se proporcionan los diversos contenidos a modo de depósito; para ello, el papel del maestro es el de un "ingeniero educacional y un administrador de contingencias" (p. 95), que presenta constantemente modelos conductuales, verbales y simbólicos a los alumnos. Así, la participación del alumno, y su aprendizaje, se ven condicionados por las características prefijadas del programa elaborado.

Las interacciones del grupo de 3° denotan claramente estos principios conductistas, como se ha venido señalando a la luz de las tipificaciones de las preguntas generales y desobligantes que hace Vázquez (1997), de la relación con los patrones extractivo y afirmativo descritos en la teoría del interaccionismo simbólico (Godino et al., 2000) y de las características necesarias para optimizar el trabajo en equipos señaladas por Hernández (1998), Durán et al. (2004) y Serrano et al. (2008).

Aunque cabe mencionar que en la totalidad de las observaciones realizadas, no se evidenció cabalmente la enseñanza programada que caracteriza en su totalidad al conductismo; entonces, lo que se evidencia es un conjunto de interacciones que tienen significado en el paradigma conductista aunque no cubren todos sus rasgos.

Con base en el análisis de la información presentada en la Tabla 3, una implicación de este modo de proceder afecta directamente al conocimiento, ya que éste se ve limitado a ser meramente memorístico, pero carente de significado. Y es que la forma de trabajo se circunscribe únicamente dentro de los patrones de interacción *extractivo* y *afirmativo* (ver apartado 3.1.2), que conjuntamente consisten, como se recordará, en la solución de los ejercicios como principal finalidad y en una comprensión superficial e instrumental de lo expuesto cuando la participación del alumno se limita a concluir las oraciones iniciadas por el docente.

Ahora bien, como lo mencionan Cofré y Tapia (1995), la memoria es necesaria en el aprendizaje de las matemáticas, aunque resulta inútil si no se

comprende su significado. Tomando en cuenta los tres tipos de conocimiento, declarativo, procedimental y conductual (Woolfolk, 1999; Moreno, 2006), el conocimiento fomentado en las interacciones observadas se circunscribe únicamente al de tipo algorítmico (procedimental).

Según Woolfolk (1999) y Moreno (2006), el conocimiento procedimental está ligado a la acción o ejecución, atañe a cómo usar las estrategias y puede ser algorítmico o heurístico. A su vez, el conocimiento algorítmico demanda relacionar lo que se está tratando de aprender con lo que ya se sabe (construcción de significado), identificando los pasos involucrados en un procedimiento determinado (organización) y, ejecutar los procedimientos aprendidos (práctica) hasta el punto de volverlos automáticos.

Se tiene entonces que, con el esfuerzo memorístico carente de significado y donde los resultados son lo único que importa, el desarrollo del conocimiento en el grupo de 3° se circunscribe a un mero saber hacer, pero sin un *por qué* que lo sustente y sin un *para qué* que lo pueda significar. En estas circunstancias no extraña a nadie que los alumnos en casa no sepan qué hacer con la tarea o que después del examen se les olvide lo que ya "habían aprendido", menos aún que existan las quejas constantes de que "al maestro no se le entiende" y que los resultados en las diversas pruebas, en pequeña o gran escala, disten mucho de lo esperado.

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria “B”

Para el caso del grupo de 1° se realizaron diecinueve registros de observación mismos que fueron grabados en video. Con ánimo de acrecentar la información que pudiera recabarse, se realizó la entrevista inicial al docente (anexo 1); a los alumnos se les hicieron preguntas en algunas clases con el fin de conocer su punto de vista sobre una situación en particular, éstas también quedaron registradas en el video; además, se realizó una grabación con las notas personales sobre el acontecer de la sesión observada inmediatamente después de finalizar cada una de las clases, cuando se dio el caso, en dichas notas se hizo mención de lo platicado en las conversaciones ocasionales que se tuvieron con la maestra durante el tiempo que duró la observación.

Lo que se presenta a continuación resulta del análisis reiterativo que se hizo a los documentos generados al transcribir las grabaciones arriba mencionadas.

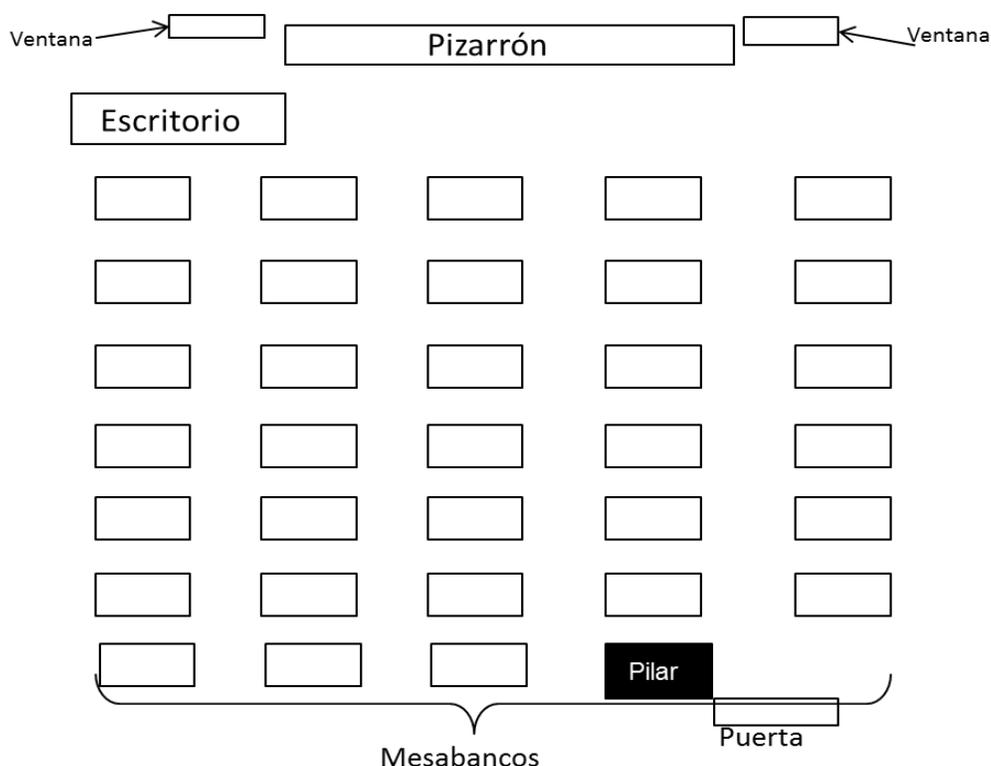
### 6.1 CONTEXTO DEL GRUPO

El grupo de 1° es uno de los grupos del primer grado de la secundaria B, ésta es una secundaria mixta, de iniciativa privada, que ofrece sus servicios en el turno matutino y se encuentra enclavada en una colonia de clase media dentro de la ciudad de Mexicali. Su población estudiantil pertenece a la clase socioeconómica media alta y alta. Las instalaciones de este colegio ubican las aulas y las oficinas administrativas en un mismo edificio de un solo nivel, tienen una cancha habilitada con canastas para basquetbol, con porterías de futbol y de

ser necesario pueden instalar los postes para la malla de voleibol, en un aula anexa ubican el laboratorio de ciencias. Al final de las instalaciones se encuentra el estacionamiento de maestros.

El aula donde se observaron las clases de matemáticas para este grupo de primero (ver figura 5) cuenta con un pizarrón blanco, en la misma pared del pizarrón y a los lados de éste, se ubican las dos únicas ventanas con que cuenta el salón, su tamaño no excede los 50 cm por lado; en contraesquina de la puerta (al fondo del salón junto al pizarrón) se encuentra el escritorio del docente y su respectiva silla; cuenta con cinco filas de mesabancos; del lado derecho del pizarrón sobre la misma pared está pegado el reglamento del aula en una cartulina; del lado izquierdo del pizarrón colocaron el horario de clases del grupo y el listado de las materias que van a recibir, en él destaca que además de las clases de inglés tienen dos horas asignadas a la semana para el estudio del francés.

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "B"



**Figura 5:** mapa de distribución del salón de clases del grupo de 1° de la secundaria "B"

La maestra a cargo de la asignatura de matemáticas para este grupo tiene como formación la carrera de ingeniero químico por la Universidad Autónoma de Zacatecas. Según lo manifestó en la entrevista inicial, se mantiene actualizada en el ámbito docente con los cursos anuales que organiza la propia secundaria antes de iniciar cada ciclo escolar; algunos de estos cursos han sido sobre uso de tecnologías, del trabajo por competencias, de inteligencias múltiples y de mapas mentales.

La maestra comenzó su labor educativa en esta misma escuela, al momento de la entrevista inicial llevaba ya nueve años desempeñándose como docente. Impartió clases durante un año en la carrera de ingeniero químico del

Instituto Tecnológico de Mexicali; por tres años trabajó como profesora de matemáticas en el bachillerato de la misma institución, al momento de la entrevista inicial, por cuestiones de horarios, se dedicaba sólo a los dos grupos de primero de secundaria, además, es la asistente de laboratorio, de tal manera que auxilia a las maestras de ciencias cuando tienen prácticas con sus respectivos grupos.

Con respecto a la planeación de sus cursos, la maestra refirió que combina los planes propuestos por la SEP con lo visto en los diferentes cursos de capacitación. Por sistema propio de esta secundaria particular, realiza la programación de sus clases cada dos semanas llenando unos formatos donde menciona los objetivos por alcanzar y las actividades que se realizarán; al final del mes se llena otra hoja donde se reportan los logros que hubo, si existió algún problema y las temáticas que quedaron pendientes junto con sus observaciones.

Para la evaluación de los alumnos, en cada bimestre la docente le asigna el sesenta por ciento de la calificación a los exámenes, por costumbre realiza dos exámenes parciales y el examen bimestral e integra los tres resultados en la ponderación mencionada. Además, considera las tareas con un valor del veinte por ciento y la participación en clase con el veinte por ciento restantes. Para este ciclo escolar (2009 – 2010) los directivos les pidieron considerar la conducta en la evaluación, por lo que está por decidir si el porcentaje de las participaciones o de las tareas lo dividirá y asignará el diez por ciento a uno de estos criterios, el restante diez por ciento se asigna a la conducta, entendida como disciplina dentro del aula.

Cabe mencionar que al finalizar la segunda semana de iniciado el ciclo, pude constatar que la maestra ya ubicaba individualmente a cada alumno por nombre y apellido, esto le ayuda al momento de asignar el puntaje correspondiente a las participaciones. El grupo está conformado por veinticinco alumnos (11 hombres y 14 mujeres), la asistencia a clases fluctuó entre los veinte y los veinticinco alumnos presentes.

Se acordó con la profesora que los horarios en los que se realizarían las observaciones serían los martes y jueves de 8:40 a.m. a 9:20 a.m., dando su consentimiento para grabar en video las diversas sesiones. Es oportuno mencionar que el tiempo que dura cada clase es de cincuenta minutos, pero como a este horario le sigue el momento de receso, institucionalmente a los grupos de primer grado los dejan salir diez minutos antes, lo que limita el tiempo efectivo de clase a cuarenta minutos.

La ubicación de la cámara, que se sostuvo siempre en la mano, varió de clase a clase; en la mayoría de las veces se ubicó junto a la puerta de entrada (esquina inferior derecha de la figura 5), en otras, se posicionó en la esquina derecha junto al pizarrón y en las menos de las veces, al lado izquierdo del pilar, es decir, al centro en la pared del fondo del salón. Los pocos desplazamientos que se hicieron con la cámara se dieron para registrar las interacciones cuando un grupo de alumnos se acercaba al escritorio de la maestra para presentarle ya fueran los avances de su trabajo, alguna duda o la actividad ya terminada.

Los alumnos se distribuyen en el salón por orden de aparición en la lista de asistencia, esto es una práctica institucional en el colegio, el número uno de la lista está en el primer lugar justo enfrente al escritorio del maestro y se siguen distribuyendo por columnas de tal modo que el último en aparecer en la lista es el que se sienta dándole la espalda directamente a la puerta. Esta distribución provoca que las dos columnas de la derecha estén ocupadas por hombres, así como el primer lugar frente al escritorio y el último de la segunda columna. Todos los demás espacios pertenecen a las mujeres. También se atestiguó que la maestra mueve de salón al grupo, ya sea al laboratorio o al aula de proyecciones, para impartir la clase (notas de clases 6 y 16).

En las clases observadas sí se llega a apreciar algo de murmullo generado por la plática de los alumnos, pero con una llamada de atención por parte de la maestra es más que suficiente para establecer el orden y el que todos estén atentos. Eso y que de todas las clases observadas sólo en una los alumnos no preguntaron la hora (notas de la clase 14), como las observaciones coincidieron en los horarios previos al receso, faltando unos minutos los alumnos se mostraron un tanto ansiosos por salir. En caso de que los alumnos se encuentren trabajando por equipos o de manera individual, tienen la libertad de levantarse de su lugar para acercarse a la maestra o de llamarla y que ella se acerque para externarle alguna duda o presentar su trabajo ya concluido.

Como es de esperar, cuando se trabaja por equipos existe el barullo característico de esta actividad, sin llegar a ser molesto. Si la instrucción para trabajar es por equipos, la maestra realiza primero una explicación general de la

actividad y después se pasea entre los lugares para ir asesorando a cada equipo (notas de la clase 13).

Independientemente de la dinámica de trabajo (equipos, individual o expositiva), la maestra mencionó en la entrevista posterior a la clase 5, que le gusta construir sus propios materiales, aunque también utiliza materiales prediseñados como el geoplano, las ligas de colores, presentaciones en power point, etc. Aunado a esto, deja que los alumnos trabajen según sus propias estrategias, lo que da pie a la generación y consolidación de las mismas (entrevistas con alumnos y notas personales de las clases 5 y 10).

Para complementar lo estudiado en clase, según lo refiere la propia profesora en las entrevistas posteriores a las clases 5 y 10, en algunas ocasiones busca fuera de su horario de clase al alumno que se quedó con alguna duda para ayudarlo a aclararla, además, algunas tareas las revisa con más detenimiento en su casa y otras las deja encargadas en el espacio asignado al grupo en el portal de internet del colegio. En este mismo rubro (entrevistas posteriores a las clases 14 y 16), cada cierto tiempo se dedica una clase de 2 horas continuas a repasar contenidos y a concluir con los trabajos indicados en el libro de texto.

Este es el ambiente que caracteriza las actividades al interior del grupo de 1°, la relación bidireccional maestra – alumnos siempre fue de constante comunicación con respeto, quedando evidenciado que la autoridad es la docente. Observemos ahora cómo se dan las interacciones entre ellos.

Para concluir con este contexto, los temas trabajados en clase durante las observaciones fueron: sistemas de numeración, notación desarrollada, notación científica, potenciación, simetrías, perímetros, áreas, operaciones con fracciones y conversión de números decimales a fracciones.

### 6.2 INTERACCIONES ALTERNADAS ENTRE MAESTRO Y ALUMNOS

En forma previa a la descripción y análisis de las interacciones del grupo de 1°, por razones de contextualización, se realiza una descripción de las formas en que se organizan las dinámicas de trabajo dentro de las cuales se enmarcan las interacciones. Cabe resaltar que en los ejemplos textuales de las interacciones presentados a lo largo de este capítulo, se subrayan algunas palabras, la finalidad de ello es resaltar los elementos medulares de la propia interacción.

Al inicio de algunas clases la maestra realiza una especie de plenario, en él se comenta lo que los alumnos leyeron de tarea, lo que acaban de leer en los primeros cinco minutos de la clase o se repasan conceptos y definiciones tratados en días anteriores. Enseguida, sucede una de dos cosas, que la maestra inicie con la exposición del tema a partir de lo comentado en el plenario o que indique algún trabajo específico a los alumnos.

Cuando se desarrolla la exposición del tema, la maestra da oportunidad de que los alumnos experimenten diferentes procedimientos y acepta que se llegue al resultado por cualquier vía válida, postura que mantiene cuando los alumnos trabajan por su propia cuenta.

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "B"

---

Profesora: Hay diferentes maneras de hacerla, el caso es que lleguemos al mismo resultado ¿sí?, si a ella se le hace más práctico así bueno, así lo haré, pero también se pueden sumarlos todos y multiplicar...

(clase 2)

Además, se propicia que los estudiantes se involucren en la aclaración de dudas y explicaciones a sus compañeros

Profesora: 295 van en la nueve, falta la 10,11 y la 12. ¿Qué hago? Ya tengo hasta la 9, yo quiero saber qué hago en la 12. ¿Qué hago Osuna?

Osuna: no sé.

Profesora: diles Palafox.

Palafox: multiplicas 12 de base por 12 de altura, y después lo sumas con los otros. 10 al cuadrado, más 11 al cuadrado.

(clase 12)

En el caso de que la maestra indique algún trabajo al grupo, da instrucciones generales y dispone que los alumnos se organicen ya sea de manera individual o por equipo, pero cuando no especifica la distribución, los estudiantes pueden decidir voluntariamente cualquiera de estas dos modalidades para trabajar. En cualquier caso, cuando los alumnos trabajan por su propia cuenta, la maestra se acerca a ellos para observar cómo están trabajando, para asesorarlos y para aclarar dudas.

Para apoyar el desarrollo de la clase, la maestra utiliza una serie de recursos como son las tecnologías, a saber, computadora, cañón proyector y materiales generados en power point (clases 6, 18) y pdf (clase 12), así como

trabajo en páginas específicas de internet (clases 10 y 16). Otros materiales utilizados son las hojas blancas, papel pasante (papel carbón), geoplanos y ligas de colores (clase 14), el tangram (clase 17) y el juego de geometría (clase 19); además, utiliza materiales contruidos por ella misma y que va pegando en el pizarrón para acompañar su explicación de temas como sistemas numéricos y fracciones.

Es en este marco de actividades de donde se pudieron extraer dos categorías para su definición y análisis. 1) La *construcción compartida de conocimientos* que refiere los modos en que se involucran alumnos y maestra en la construcción de definiciones, en el desarrollo, justificación y validación de procedimientos, etc. y 2) el *desarrollo de habilidades cognitivas* donde se trabaja con la definición de conceptos y con analogías, además se revisan los errores cometidos en algunos procedimientos. En los siguientes párrafos se definen, describen y analizan estas dos categorías.

### **Categoría 1:** Construcción compartida de conocimientos

**Definición:** modos de interacción generados cuando se realiza la presentación o revisión de los diversos contenidos académicos.

En la construcción compartida de conocimientos, se verá que se desarrollan diversas actividades. Éstas se presentan en un continuo que va desde la presentación de los contenidos, pasando por la aclaración de dudas, hasta la participación de los alumnos donde justifican sus respuestas. Así, se puede

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "B"

---

apreciar en un inicio que la maestra, aunque describe las características de un procedimiento, realiza preguntas para indagar la comprensión de los alumnos de lo que en ese momento ella dice o lo que el alumno está realizando:

Profesora: ...dice que es posicional, ¿Qué quiere decir posicional?

(clase 3)

Alumno: Profe, pero también divides entre dos, no nomás multiplicas uno por tres y dos por cuatro no, no es cierto lo divides

Profesora: Lo divides o lo multiplicas (el alumno que da su opinión sobre el ejercicio está tratando de hacer fracciones equivalentes para hacer la resta) para saber la resta de esta... 2cm me está representando  $\frac{1}{4}$  ¿De qué?

(clase 9)

Otra manera de corroborar el grado de comprensión sobre la temática que se está trabajando, y además involucrar a los alumnos en la construcción de la misma, lo que de algún modo da pie a que el aprendizaje sea más significativo, se da cuando se les solicita a los alumnos aportar más ideas para la construcción y desarrollo del ejercicio propuesto

Alumno: se va acomodando

Profesora: Se va acomodado, qué otra cosa.

Alumno: depende su valor de la posición en que está.

(clase 3)

y cuando se les plantean preguntas ficticias. Las preguntas ficticias, como lo menciona Vázquez (1997; 1), son aquellas cuya respuesta el docente ya conoce,

pero son utilizadas para conocer el grado de comprensión sobre un tema, crear inquietudes sobre la materia, aumentar la participación de la clase, estimular el sentido de búsqueda, detectar puntos débiles para reforzarlos, introducir nuevos temas, resaltar asuntos importantes, relacionar diferentes temas y transmitir conocimientos.

Profesora: ...la casa de Ricardo ¿cómo se localiza?

Alumnos: tres quintos

Profesora: a tres quintos, ¿Cómo le voy a hacer para localizar tres quintos?

Alumnos: Comparar una fracción con otra...

(clase 9)

Profesora: ¿Cuántas habrá en el montón número 9?

Alumno: 303

Profesora: ¿Cómo lo calculaste?, a ver Ema.

Ema: estamos contando las esferas... [no se le entiende muy bien lo que dice]

(clase 12)

Como se puede percibir en los ejemplos anteriores, el tema se va desarrollando con las respuestas a las preguntas planteadas. El ir desarrollando la explicación del tema con las aportaciones de los alumnos es una estrategia muy utilizada por la maestra:

Profesora: Potencia, el 100 es la segunda potencia de 10, es lo que decía en la diapositiva anterior ¿verdad?, luego tenemos el cuadro donde tenemos indicadas las clases, la numeración separada, ahí lo tienen en el libro, ustedes debieron haber completado, en el libro venía un cuadro ¿verdad?

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "B"

---

Alumnos: Si, No

Profesora: el diez a la cero, ¿quiere decir cuánto?

Alumnos: 1

Profesora: 1, entonces el siguiente 10 a la 1 ¿cuánto?

Alumnos: 10

Profesora: (la docente continúa con varios ejercicios de exponenciales) Si yo quisiera escribir una cantidad por ejemplo en unidades de millón, quiero escribir 9 millones, ¿este nueve qué me indica?

Alumnos: El número de veces que se va a multiplicar

Profesora: El número de veces que lo utilizo como factor, hasta que tenga nueve factores diez, pero también al ver yo esta cantidad ¿qué me indica Ángel?

Ángel: El número de ceros.

Profesora: El número de ceros, quiere decir que si yo escribo (escribe en el pizarrón 9 000 000 000) ahí son 9 millones, 9 mil millones perdón, por eso tiene 9 ceros, si fuera 9 millones cuántos ceros iba a tener

Alumnos: 6

Profesora: 6, entonces la potencia cuando estoy hablando de potencias de 10 el número exponente indica también el número de ceros que va a tener mi número, mi cantidad, ahí ya tenemos millares de millón y billones.

(clase 6)

En la construcción del tema a partir de las aportaciones de los alumnos, se plantean preguntas que varios alumnos contestan al unísono, pero la profesora no se conforma con escuchar la respuesta correcta, así que les pide justificar lo que dijeron

Profesora: 10, porque tengo 9 más 1, ¿sí?, y si yo agrego este 9, los voy a ir sumando si, ahora si coloco este aquí ¿cuánto tengo?

Alumnos: 10, 25, 28

Profesora: 28 sí.

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "B"

---

Alumnos: ¡28! ¡28!

Profesora: ¿Por qué?, ¿este cuánto vale? (señala un triángulo verde que tiene pegado en el pizarrón)

Alumnos: 3

Profesora: Vale 3, 3 y está en la posición del nueve dice que si se multiplica por eso puse aquí la crucecita roja de multiplicar, ¿3 por 9?

Alumnos: ¡27!

(clase 2)

o pregunta directamente a quien considera puede tener dudas o no saber,

Profesora: muy bien, punto seis. Cero punto seis, una fracción a número decimal. Otra fracción, ocho novenos a número decimal Frida.

Frida: ahora no sé.

Profesora: ahora no sabes, ¿Cómo le tienes que hacer?

Frida: dividir

Profesora: ¿Qué tienes que dividir?

Frida: ocho entre nueve

Profesora: ocho entre nueve, fíjense bien, ahorita no es importante que me des el resultado, queremos que sepan cómo se tiene que hacer, saber el procedimiento, ya luego tendremos el tiempo de hacerlo.

(clase 10)

enfaticando que es de ese alumno en particular de quien quiere escuchar la respuesta.

Profesora: Vamos a usar los dos, porque ahí dice la unidad más baja se llama base, pero ahí es como si dijera, representa con pesos y quiero representar con puras moneditas, pues no, hay los billetes de 20, o sea, es diferente representación pero el nombre de la moneda es [ininteligible]... y el primero es 14 ¿quién ya lo tiene? Susan, ¿cómo va con el 14?

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "B"

---

Susan: [no responde, se queda callada. Es otro alumno el que comienza a dar la respuesta]

Profesora: Un triángulo en el nueve, deja que ella me diga y luego tú me dices, porque ella todavía no sabe...

(clase 2)

En esta construcción compartida de conocimientos, la maestra deja que los alumnos participen para poder seguir avanzando en su explicación

Profesora:... el 19 ¿cómo es?

Ema: yo sé, yo sé

Profesora: A ver Ema

Ema: (pasa al pizarrón y mientras escribe dice en voz alta lo que hace) serían tres bolitas, luego así tres rayitas y otra bolita

(clase 3)

cuestión que se aprovecha para ir construyendo y concretando el trabajo en el pizarrón:

Profesora: ¿Quién leyó? (varios alumnos levantan la mano) Orlando, ¿qué leíste? y ¿qué entendiste?

Orlando: (da su opinión sobre lo que leyó), bueno entendí sobre el... y...

Profesora: Pero antes de los dados... saber de un sistema de numeración y los extraterrestres a ver entonces ahí.

Orlando: Que... la roca sale como un punto... y de ahí... (el alumno sigue dando su opinión sobre lo que entendió de la lectura)

Jazmín: (levanta la mano para dar su opinión y la docente le da la palabra) Se trata de unos niños que andaban jugando... y que inventaron un sistema para ellos manejar...

Profesora: (Pega tres puntos rojos y un triángulo en el pizarrón) ¿Tiene algo de semejante nuestro sistema de numeración? ¿No?

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "B"

---

Alumnos: (La mayoría responde) Sí

Profesora: A ver, ¿sí o no?

Alumnos: No

Profesora: A ver no, el que dice que sí me explica ¿por qué?, ¿quién dice que sí?, ¿tiene algo de semejante con el sistema decimal?

Alumno 9: Sí porque ambos tienen que tener el método de multiplicar y...

Profesora: Ambos utilizan el método de multiplicación, en este caso cuenta como dinero porque es para contar esos artículos, sí, pero es para contar, si, dicen ahí están marcados (todo lo está explicando en el pizarrón) dicen que estos tres equivalen a un triángulo y tienen ahí unos cuadros de colores, tienen tres posiciones...

(clase 2)

Además de la concreción de lo que se trabaja en el pizarrón, la maestra da pie a que los alumnos validen lo que se está resolviendo aun cuando la respuesta dada es la correcta:

Profesora: ¿Siguiendo?

Alumnos: 13

Profesora: ¿Por qué 13 Ema?

Ema: porque va aumentando cuatro.

(clase 12)

Hasta este punto se ha mostrado que en las interacciones se trabaja simultáneamente con dos estrategias: la primera consiste en una serie de preguntas que formula la maestra y que ayudan a los alumnos a construir justificaciones a sus procedimientos y alternativas de solución y, la segunda, la explicación de los temas se hace de manera compartida entre profesora y

estudiantes a partir de las argumentaciones de los alumnos. Estas dos estrategias de trabajo corresponden a la descripción que hacen Godino et al. (2000), de los patrones de interacción *interrogativo* y *de discusión* respectivamente, según dichos autores, cuando se trabaja con estos patrones las competencias de los estudiantes quedan de manifiesto, además, según García (2002), justificar los momentos de desarrollo de un ejercicio es una parte constitutiva de los procesos de razonamiento (habilidad mental superior) del individuo.

Como el desarrollo de las habilidades cognitivas se empieza a manifestar, véase ahora la siguiente categoría donde se tratan con mayor detenimiento.

### **Categoría 2:** Desarrollando habilidades cognitivas

**Definición:** Acciones que propician que los alumnos construyan sus propios conceptos, hagan uso de las analogías para resolver ejercicios y analicen sus propios errores.

El presentar por separado el desarrollo de algunas habilidades cognitivas obedece meramente a cuestiones de organización, ya que se considera que entre ellas se mantiene un vínculo estrecho. Con esta idea, se exponen a continuación las tres habilidades cognitivas que se identificaron, la secuencia de presentación obedece únicamente a qué tan temprano, en el desarrollo de las diecinueve clases observadas, se pudieron ir reconociendo.

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "B"

---

La primera habilidad cognitiva detectada es el *análisis de los errores*. Ante una equivocación de los alumnos la maestra normalmente no dice que está mal, sino que plantea una serie de preguntas que van guiando al alumno en el reconocimiento del error y en que llegue a la respuesta correcta:

Osuna: (lee la pregunta) Si la manecilla más grande del reloj está en el número ocho ¿cuántos minutos son?

Profesora: ¿Cuántos? En el reloj cada uno te está marcando, ¿a cuántos minutos equivale? si está en el número uno, ¿cuántos minutos son?

Osuna: (contesta) treinta [respuesta incorrecta]

Profesora: Si está en el uno (dibuja el reloj que marca el ejercicio en el pizarrón) a ver ahí está en el uno, ¿cuántos minutos son ahí, son las doce, la manecilla pequeña me marca las doce, ¿cuántos minutos son?

Osuna: (responde) cinco

Profesora: Cinco, ¿verdad?, entonces, si marca en el reloj el número ocho, ¿cuántos son?

Osuna: (piensa unos segundos y responde) cuarenta.

(clase 1)

La profesora se toca la frente con la mano derecha y observa detenidamente el dibujo del alumno 9

Alumno 9: está bien ¿verdad?

Profesora: (con cara de angustia) ¿qué hiciste?

Alumno 9 (con tono de que es obvio): el círculo

Profesora: (señalando con el dedo) pero esto no te debe quedar.... a ver, ¿quién tiene la flor?

Emma: yo

Alumna 1: yo

Profesora: esta (mostrando la flor)

Emma: ¿ésta?

Profesora: ajá, préstamela tantito

Alumno 9: detalles

Profesora: ve el centro

Alumno 9: ¡vots, no soy el único... ots!, ya le entendí [se da cuenta de su error en el trazo]

(clase 19)

Es importante que se analicen los errores, proveyendo de espacios en la clase para “que los alumnos identifiquen tendencias ineficientes o prejuicios que tienen en su propio pensamiento” (Marzano, 1992). En otras palabras, propiciar que los alumnos se concienticen sobre cuáles son sus errores al momento de trabajar en clase, con ello podrán trabajar en la mejora de sus propias estrategias de solución y, según el *patrón de focalización* descrito en el interaccionismo simbólico (Godino et al., 2000), el que los estudiantes tengan la oportunidad de centrar su atención en aspectos específicos del problema tratado, crea las condiciones necesarias para reflexionar sobre sus razonamientos y explicar sus ideas.

Otra habilidad que se trabaja es la definición de conceptos. Definir un concepto constituye una operación mental por la que se establecen características que permiten saber lo que las cosas esencialmente son, de tal manera que se pueda distinguir un concepto de cualquier otro (García, 2002). En diversas actividades dentro del grupo de 1° se trabajó con la intención de que el concepto fuera definido y comprendido por los estudiantes:

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "B"

---

Profesora: ...a ver, los que todavía no han ubicado en la recta, pongan atención por favor, nada más tengo del 0 al 1. Si yo hablo de esta recta y la parto en dos ¿qué tengo ahora?

Alumnos: medios

Profesora: dos medios, ¿verdad?, un medio, dos medios (señalando cada medio en la recta que dibujó en el pizarrón), si hago esto qué tengo ahora (dividió la recta en cuatro partes)

Alumnos: cuartos

Profesora: cuartos y ¿ahora? (divide la misma recta en 8 partes)

Alumnos: octavos

Profesora: octavos, y fíjense estoy usando la misma recta el mismo entero y ya le estoy haciendo más divisiones, si ahora cada octavo lo divido en 2 partes ¿qué tengo ahora?

Alumnos: dieciséis

Profesora: dieciséis, se parece a la recta que yo tengo ahí, entonces si ustedes tienen el 0 y el 1, cómo ubico un cuarto, juntando cuatro dieciseisavos y... un cuarto y cuatro dieciseisavos ¿qué son?

Alumno: fracciones equivalentes

Profesora: fracciones equivalentes (los alumnos una vez la explicación de la docente siguen trabajando en las páginas que les pidieron)

(clase 8)

Como se puede percibir, el trabajo y construcción de conceptos se realiza con base en la experiencia directa del alumno con el conocimiento que formará el concepto. Este modo de hacer concuerda con lo descrito por Skemp (1993), en cuanto a la formación de conceptos para el aprendizaje de las matemáticas. Dicho autor menciona que probablemente la mejor manera de construir conceptos es a través de un conjunto de experiencias que conduzcan a su definición. A su vez, se hace notar la forma de trabajo según el *patrón temático* descrito en el

interaccionismo simbólico (Godino et al., 2000), en el que tanto maestro como alumnos forman relaciones entre significados matemáticos.

Finalmente, la tercera habilidad reconocida fue la del trabajo por analogías. Éstas se definen como la repetición de las características de un objeto o contexto y las relaciones existentes entre ellas, en otro objeto o contexto diferente. Así, las relaciones que intervienen en una analogía pueden referirse a diferencias, semejanzas o transformaciones de los elementos que la conforman (García, 2002; Babolin, 2005). Un ejemplo del trabajo por analogías se da cuando la maestra induce a los alumnos en el uso de variables calculando algunas áreas, para que análogamente (usando variables) trabajen con el perímetro.

Profesora: Siempre han usado esta fórmula área igual a base por altura, cuando cambia esto cuando les dicen que la base es 6 y la altura es 2 en ese momento ya cambian los valores cuando ya tenemos el valor numérico ya nada más sustituimos y tenemos el valor numérico del área, mientras vamos a poder emplear la letra y representar como una suma la suma de las cuatro b, si yo le pongo letras a un rectángulo, ¿cuál es la fórmula para sacar el perímetro de un rectángulo?

Alumnos: Cuatro b

Profesora: Escuchen bien, la fórmula para sacar el perímetro de un rectángulo

Alumnos: b por 2, y b a la 2 (algunos alumnos dan su opinión acerca de la pregunta que les hizo la maestra)

Profesora: b por dos y qué más, a ver necesito que todos estemos atentos, a ver qué curioso que yo les pido que pongan atención y nadie me hace caso y él te dice cállate y te mortificas tanto

Alumnos: Es que si

Profesora: entonces a él si le haces caso y a mí no, bueno guarden silencio todos y pongan atención, ya sabemos que la fórmula para el área de un rectángulo es base por altura, quiere decir esta es la base y esta es la altura ¿Cómo saco el perímetro de un rectángulo? Uno solo por favor (inmediatamente una alumna levanta la mano), Mariana.

Mariana: (no se escucha lo que dice)

Profesora: Pero ahí yo ya lo tengo representado con una letra que es b y h

Mariana: entonces es b por dos y h por dos

(clase 13)

El razonamiento analógico (Ríos y Bolívar, 2009) está estrechamente relacionado con la inteligencia, el aprendizaje, el proceso de formación de conceptos y la resolución de problemas. De ahí que su uso sea tan común en el ámbito educativo. Además, como lo menciona Rodríguez-Mena (2006), si consideramos que el aprendizaje transcurre a través de un continuo que va desde la instrucción directa (nivel menos autónomo) hasta la total autonomía; desde el aprendizaje guiado, hasta el aprendizaje por experiencia y observación en ausencia de guía, entonces el trabajar con analogías es fomentar en el alumno el camino en un tipo de razonamiento que lo lleva hacia la autonomía en su aprendizaje, hecho que se manifiesta en las interacciones observadas en este grupo.

Si a esto se le añaden los beneficios que conlleva trabajar con los patrones de focalización y temáticos de interacción, como lo mencionan Godino et al. (2000), se genera entonces la oportunidad de dotar de significado tanto al aspecto específico del problema como a la tarea dentro de la cual se está desarrollando la actividad.

6.3 UN ESQUEMA PARA INTERACTUAR EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

Según lo expuesto en este apartado correspondiente al grupo de 1° de la secundaria B, las interacciones a su interior se pueden representar con el diagrama de la figura 6:

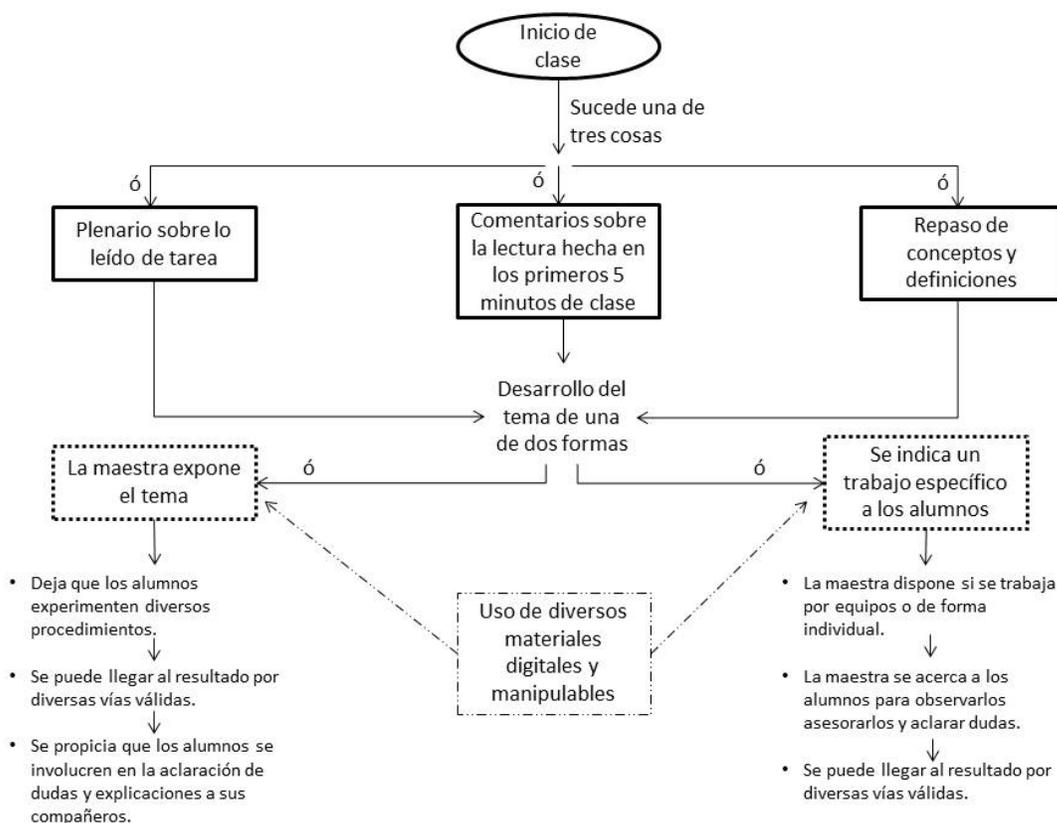


Figura 6: Diagrama de flujo sobre el desarrollo de las interacciones al interior del grupo de 1°

En la figura 6 se presenta, con una perspectiva general, el modo en que se organizan los procesos dentro del aula del grupo de 1°. Así se puede ver que las actividades se organizan en dos grandes momentos. En el primero, la clase puede iniciar con una de tres opciones, ya sea con un plenario sobre lo leído de tarea, con una lectura de cinco minutos sobre el tema a tratar ese día o con un repaso de

conceptos; finalizando este momento y de forma que parece muy natural, se da pie al segundo momento.

En la segunda parte de la clase, el tema a tratar se puede desarrollar de dos posibles formas, la maestra puede exponer el tema y lo va construyendo con ayuda de los estudiantes o los alumnos se dedican a un trabajo específico trabajando por equipos o de manera individual, aunque siempre auxiliados por la profesora. En cualquiera de los dos casos referidos, la interacción maestro – alumnos – conocimiento mantiene un flujo constante y además cuentan con el auxilio de diversos materiales didácticos.

Ahora, para dar una mirada al interior de las propias interacciones, observemos la Tabla 4 donde se presenta el papel desempeñado por la maestra, los alumnos y el conocimiento a lo largo de las diecinueve clases observadas.

## 6. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "B"

Maestra	Alumnos	Conocimiento
➤ Expone el tema e indaga su comprensión mientras se avanza en el desarrollo del mismo.	➤ Grupal o individualmente responden a las preguntas de la maestra.	➤ Se da a través de un aprendizaje potencialmente más significativo para los estudiantes.
➤ Establece un diálogo con sus alumnos para el desarrollo del tema y para validar los procedimientos que se están realizando.	➤ Participan con la propuesta de formas para desarrollar o resolver lo planteado en clase. ➤ Tienen voz y voto para validar los procedimientos construidos.	
➤ Si existe un error en lo contestado por algún alumno, lo retroalimenta con preguntas que lo llevan a descubrir su error.	➤ <i>Analizan sus errores</i> guiados por las preguntas de la maestra.	
➤ <i>Define conceptos</i> a partir de la experiencia y conocimientos que tengan los alumnos.	➤ Aportan su definición de forma voluntaria.	
➤ Utiliza analogías para construir conocimiento nuevo.	➤ De forma razonada adquieren nuevo conocimiento.	

**Tabla 4:** Papel desempeñado por maestra, alumnos y conocimiento en las interacciones del grupo de 1°

Esta Tabla 4 sintetiza lo presentado en las dos categorías de análisis que se definieron para el grupo de 1°. En ella se puede corroborar la existencia del flujo continuo de participación al interior de las interacciones, así como de un trabajo claro, estable y organizado que se apoya en el desarrollo de habilidades mentales para la construcción de nuevos conocimientos, siendo estos elementos los que hacen que el aprendizaje sea potencialmente más significativo como se menciona en Ausubel et al. (1983) y Ausubel (2002). ¿Qué implicaciones conlleva este proceder? Veamos el siguiente apartado.

### 6.4 SIGNIFICADOS E IMPLICACIONES DE INTERACTUAR COMPARTIDAMENTE EN LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

Ha quedado claro que la participación del alumno con propuestas, definiciones, comentarios, etc., enmarcados en los patrones de discusión, focalización, interrogativo y temáticos del interaccionismo simbólico en matemáticas (Godino et al., 2000), guía a los estudiantes en el desarrollo de sus propias habilidades cognitivas, en consecuencia, se puede circunscribir el modo de trabajar en este grupo dentro del esquema planteado en el paradigma cognitivo de la educación.

En dicho paradigma, se menciona que es necesario darle al alumno la oportunidad de participar activamente en el desarrollo de los contenidos curriculares que se le quieren enseñar (conocimiento declarativo, conocimiento procedimental, habilidades y destrezas, etc.) (Hernández, 1998), y que “la educación debería orientarse al logro de aprendizajes significativos con sentido y al desarrollo de habilidades estratégicas generales y específicas del aprendizaje” (p. 133).

Este contexto significa que los alumnos estudian en un ambiente propicio que considera sus aportaciones a la clase (alentados por las preguntas ficticias planteadas), lo que conlleva la comprensión del tema, la relación entre contenidos y la transmisión de conocimientos (Vázquez, 1997; Godino et al., 2000), entre otras finalidades. El mismo contexto refleja cómo se involucra a los alumnos en la construcción de su propio conocimiento cuando entran en la dinámica del análisis

de los errores (Cury, 2008), en el desarrollo de los diversos procedimientos, así como la validación de los mismos.

La consideración global de este proceder refleja el conjunto de conclusiones a las que llegaron Mitchell (2001), Barwell (2005), Reséndiz (2006), Farmaki et al. (2007) y Koichu et al. (2007) (ver apartado 1.2), quienes expusieron que, con la interacción maestro – alumno y con un adecuado diseño didáctico, se pueden desarrollar de manera controlada los esfuerzos cognitivos de los estudiantes.

Otra implicación es el camino hacia la autonomía en el aprendizaje razonado de los estudiantes, misma que se da cuando en las interacciones del grupo de 1° se trabaja según el patrón de discusión, reconocido por el interaccionismo simbólico, (Godino et al., 2000), que expone que las competencias de los estudiantes se manifiestan cuando la explicación es construida a partir de sus argumentaciones (ver apartado 3.1.2 ), de este modo se labora con analogías (Ríos y Bolívar, 2009; Rodríguez-Mena, 2006) y con la definición de conceptos (Skemp, 1993), de hecho, la definición de conceptos es el componente básico del aprendizaje significativo (Ausubel, 2002).

Según los mismos Godino et al. (2000), el patrón de discusión inicia con la solución de parte de los estudiantes de un problema, a continuación el maestro solicita que un alumno exponga su resultado y lo explique, pero contribuye con lo expuesto mediante preguntas adicionales, observaciones, reformulaciones o juicios, de manera que una explicación o solución conjunta es construida y aceptada por el grupo como válida; aunque no todo acaba aquí, ya que el profesor

puede preguntar por alternativas de solución y repite este mismo ciclo desde el inicio.

Se tiene entonces un diseño de enseñanza – aprendizaje que potencializa los esfuerzos cognitivos de los estudiantes cuando se les pide construir conceptos, justificar respuestas, analizar sus errores y tomar en cuenta sus opiniones para el desarrollo de la clase, lo que deriva en un ambiente de estudio donde el aprendizaje es significativo para los alumnos, con el beneficio que éste reporta según las capacidades de cada quien y su disposición al trabajo constructivo.

## **7. Las interacciones del grupo de 1° de la Secundaria “C”**

En este grupo de 1° se observaron dieciséis clases, mismas que se grabaron en video. Además, en dos de ellas se realizaron dos grabaciones de audio al seguir el recorrido que hizo la maestra entre los equipos en que organizó a sus estudiantes. Aunado a esto y dadas las características de organización de la dinámica de clase, en las últimas siete sesiones se realizaron grabaciones de audio a equipos voluntarios de alumnos, de donde se extrajeron un total de once registros.

Con el fin de acrecentar la información que pudiera recabarse, se realizó la entrevista inicial al docente (anexo 1); a los alumnos se les hicieron preguntas en algunas clases con el fin de conocer su punto de vista sobre una situación en particular, éstas también quedaron registradas en el video; además se realizó una grabación con las notas personales sobre el acontecer de la sesión observada inmediatamente después de finalizar cada una de las clases, cuando se dio el caso, en dichas notas se hizo mención de lo platicado en las conversaciones ocasionales que se tuvieron con el docente durante el tiempo que duró la observación.

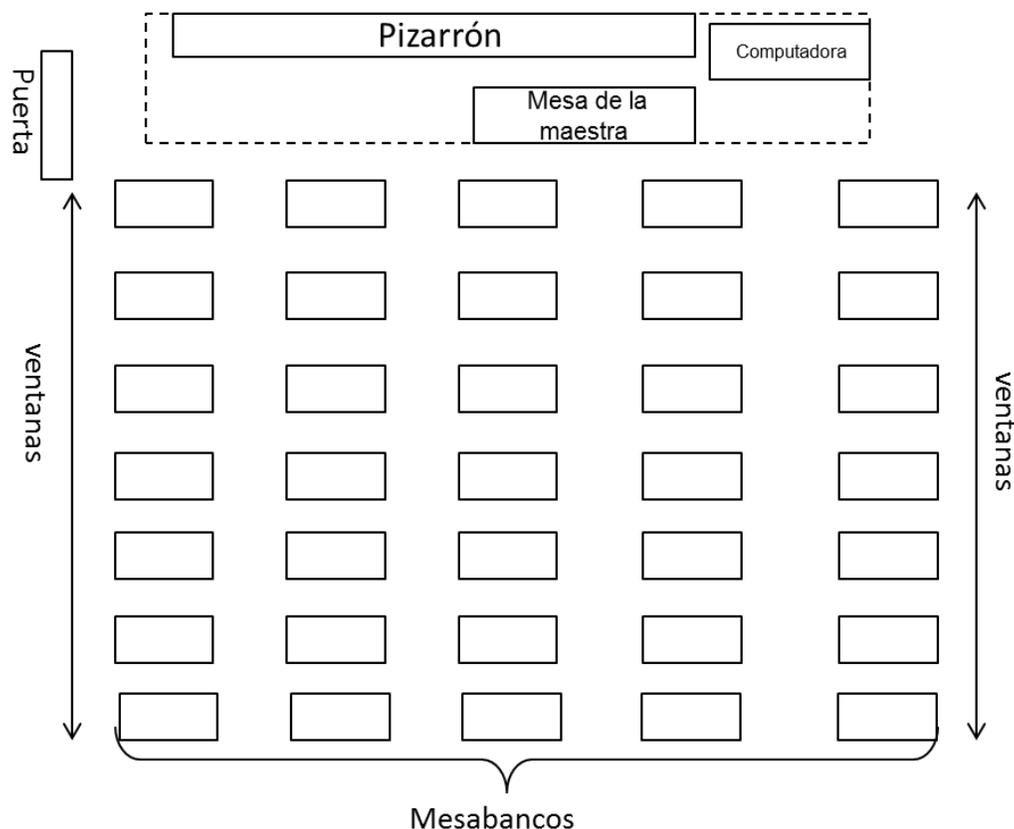
Lo que se presenta a continuación resulta del análisis reiterativo que se hizo a los documentos generados al transcribir las grabaciones arriba mencionadas.

### 7.1 CONTEXTO DEL GRUPO

Este grupo de 1° de secundaria que se observó, pertenece a una escuela del sistema estatal general de secundarias, ésta es una secundaria mixta que ofrece sus servicios en el turno vespertino y se encuentra enclavada en una colonia de clase media dentro de la ciudad de Mexicali. Cuenta con cuatro edificios de un nivel para las aulas, otro para oficinas y una instalación para la cooperativa; tiene un patio techado que es donde se realizan diversos eventos, como los cívicos y además cuenta con canastas para basquetbol; finalmente tiene una cancha de futbol. Una cerca de malla ciclónica separa las instalaciones de esta secundaria de las de una primaria estatal, no hay manera de transitar entre las escuelas a través de este cerco.

El salón del 1° que se observó, está equipado con computadora, cañón y pizarrón electrónico (ver figura 7). En el área de enfrente tiene una especie de entarimado (hecho del mismo material que el resto del piso del salón), con una altura aproximada a la de un escalón escolar. Las ventanas corren a lo largo de las dos paredes laterales y en ambos casos están ubicadas de la mitad del muro hacia arriba, así que los alumnos no tienen oportunidad de mirar hacia afuera aunque sí entra luz natural.

## 7. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "C"



**Figura 7:** mapa de distribución del salón de clases del grupo de 1° de la secundaria "C"

La maestra a cargo de la asignatura de matemáticas para este grupo, tiene como formación la carrera de *ingeniería industrial* y como refiere en la entrevista inicial, para trabajar frente a grupo estudió la nivelación pedagógica y la maestría en pedagogía. Se mantiene actualizada con los talleres de actualización docente que ofrece el sistema educativo año con año y además trabaja en la mesa técnica de una inspección de secundaria donde se están preparando para el trabajo por competencias. Como docente de base lleva trabajando un año con tres meses y antes de ello, durante ocho años, estuvo cubriendo interinatos de matemáticas en

secundaria en periodos de diversas duraciones, el más pequeño fue de tres semanas y el más largo de seis meses.

En la misma entrevista, la maestra refirió que previo al inicio de su curso con este grupo, a solicitud de la subdirección de la escuela, diseñó los avances programáticos del primer bimestre, aunque ya iniciadas las clases hace ajustes a éstos según observa el desempeño del grupo. Al inicio del ciclo escolar realizó un test que le ayudó a detectar los estilos de aprendizaje dominantes en el grupo y entonces adecúa a ello los materiales y las estrategias de enseñanza que utiliza en clase; los estilos de aprendizaje que detectó como dominantes fueron el kinestésico y el visual, por lo que intencionalmente buscará más videos, imágenes o presentaciones en power point para mostrar su tema, que dictado sobre el mismo.

Para evaluar al grupo, la maestra refiere que primero analiza los contenidos del programa de estudio de cada bimestre y sobre ello, decide las estrategias de evaluación, mismas que pueden ser: exposición por equipos, participación por equipo y/o individual, el portafolio de evidencias (con requisitos específicos) y un examen escrito. Al inicio de cada bimestre comunica al grupo la forma en que va a evaluar.

Se acordó con la maestra que los horarios en los que se realizarían las observaciones serían los lunes y viernes de 3:00 p.m. a 3:50 p.m., dando su consentimiento para grabar en video y audio las diversas sesiones.

Este grupo lo conforman 32 alumnos (18 hombres y 14 mujeres). Como la dinámica de trabajo resultó ser siempre por equipos, ubicarlos en una posición individual específica resulta infructuoso, lo que sí se puede destacar es que hasta el momento de la primera evaluación la mayoría de los equipos los conformaron alumnos del mismo género, sólo eventualmente una bina era de hombre y mujer; curiosamente estos dos alumnos (bina hombre – mujer), son a los que se les facilitan más las matemáticas, y en realidad el trabajo lo hacían de manera individual comentando mínimos detalles (notas de la clase 8); hasta el momento de la primera evaluación no existió ningún criterio establecido por la maestra en el cual los alumnos se basaran para agruparse.

Después de la primera evaluación la maestra reorganizó la agrupación de los alumnos considerando sus resultados de la evaluación en matemáticas, así, los conformó en binas de “experto – inexperto”, en el sentido de que reunió a un alumno con calificación alta con uno de calificación baja con la intención de que el “experto” fungiera como tutor (notas de la clase 10), con este modo de agrupación sí se notaron más binas compuestas por hombre – mujer; aunque esta disposición no duró mucho por las inasistencias de los alumnos, se tuvieron clases donde uno u otro de alguna bina no asistía y el que se quedaba solo se integraba a otra bina o formaba una nueva (notas de clases 12).

Como es casi de esperar cuando se trabaja por equipos, se genera cierto ruido de plática durante las clases; hay quienes al interior del equipo trabajan de manera individual (notas de las clases 9 y 10); quienes dicen que la maestra no

les presta atención (entrevista con alumnos en la clase 14), dado que ella busca atender a todas las binas que se forman y toma cierto tiempo en atenderles.

Para concluir con este contexto, los temas trabajados en clase durante las observaciones fueron: sistemas de numeración, operaciones con fracciones, proporcionalidad, sucesiones aritméticas y geométricas y operaciones con números decimales.

Veamos ahora con más detenimiento cómo se dan las interacciones al interior de este grupo. Cabe resaltar que en los ejemplos textuales de las interacciones presentados a lo largo de este capítulo, se subrayan algunas palabras, la finalidad de ello es resaltar los elementos medulares de la propia interacción.

### 7.2 ORGANIZANDO LAS INTERACCIONES PARA TRABAJAR POR EQUIPOS

A modo de contexto es pertinente mencionar las actividades que realiza la maestra para organizar el trabajo en clase. Según lo refiere la propia docente en la entrevista inicial, ella prepara cada tema considerando las consignas<sup>6</sup> ya estructuradas por la Reforma Educativa de Secundaria (RES) 2006 y sigue una rutina de trabajo muy específica durante todas sus clases, en las cuales los alumnos se agrupan en equipos cuyo tamaño dependerá de la instrucción de la

---

<sup>6</sup> **Consigna** es la actividad específica por realizar en un plan de clase determinado. A través del portal de internet de matemáticas de la RES, se pone a disposición de los maestros un plan de clase para cada uno de los apartados en que se dividen los cinco bloques de estudio de cada grado escolar de matemáticas. La cantidad de apartados es diferente en cada bloque. En el argot de los maestros de secundaria “consigna” es ese plan de clase específico.

profesora; así, para iniciar un tema, reparte fotocopias que contienen el o los problemas planteados en las consignas para este fin y deja que los alumnos busquen resolverlos:

Observador: ¿cada inicio de tema así es como vas a trabajar?, ¿de empezar siempre con un problema?

Maestra: sí hay una parte donde vienen consignas para el maestro donde dice qué es lo que tenemos que hacer, no importa que se pierdan horas haciéndolo, pero ahí es donde ellos tienen que interpretarlo.

(clase 8)

Mientras se realiza esta actividad la maestra camina entre los equipos con la intención de monitorear sus formas de trabajo, ya que procura que todos aporten a la solución de los ejercicios y no que uno solo haga el trabajo. Una vez que los alumnos concluyen su actividad, se realiza un tipo de plenario donde algunos pasan al pizarrón para exponer sus resultados; finalmente, la maestra realiza el cierre del tema donde también menciona los puntos débiles que percibió en los alumnos y en los cuales les sugiere poner más atención:

Maestra: se trata de que los resuelvan correctamente y después pasen al pizarrón a explicar a sus compañeros el procedimiento y ya yo traer una retroalimentación del tema.

(clase 8)

La dinámica de trabajo aquí descrita, se utilizó en cada una de las clases observadas. Al percibir este patrón reiteradamente se tomó la decisión de grabar las diferentes sesiones desde dos ángulos simultáneamente, uno, con la cámara

de video que se mantenía cerca de la maestra para registrar sus formas de interacción con los equipos, en donde además se realizaron comentarios en voz alta sobre lo que estaba atestiguando para que quedara registrado como nota personal y, dos, con una grabadora digital se guardó registro de las formas de trabajo al interior de los equipos que autorizaron dejar la grabadora junto a ellos.

De este modo, se aborda el análisis de las interacciones para este grupo desde dos frentes coincidentes en tiempo y de aquí se extraen las siguientes dos categorías de análisis: 1) *aclaración de dudas* y, 2) *trabajo al interior de los equipos*, donde se presentan las interacciones que protagonizan los alumnos entre ellos.

### **Categoría 1: Aclaración de dudas**

**Definición:** Interacciones que protagoniza la maestra cuando asesora a los diversos equipos.

Como se mencionó unos párrafos más arriba, una vez que los alumnos se reúnen en equipos para trabajar, la maestra camina entre ellos para ver cómo están trabajando:

Observador: la maestra se dedicó a asesorar y orientar a los equipos, estuvo rondando entre los equipos y viendo sus respuestas, orientándolos y preguntándoles que por qué esto, que checaran otra vez lo que preguntaban, que leyeran bien.

(Notas personales, clase 7)

## 7. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "C"

---

En este andar, la estrategia de la maestra para aclarar dudas consiste generalmente en no dar una respuesta directa, sino que plantea preguntas al equipo de tal forma que los estudiantes lleguen, la mayoría de las veces, a dar con la respuesta correcta,

Alumna 3: ¡Profesora!, ¿aquí tenemos que hacer una perpendicular? (la profesora regresa).

Alumna 3: aquí dice que, es que no es la misma cosa (refiriéndose a los ejercicios).

Maestra: primero tienes que hacer una recta perpendicular ¿cómo le van a hacer?

Alumna 4: una recta perpendicular, son así (la explica gráficamente al mover sus brazos).

(clase 12)

y aprovecha en algunas ocasiones, para verificar si les queda claro el concepto con el que estén trabajando en ese momento:

Maestra: ok, está bien, pero el hecho de que sea el más grande de acá en cuanto a los números no significa que sea el que tiene mayor cantidad de líquido, fíjate lo que me estás diciendo, ¿qué significa el denominador?, el número de partes en que ¿qué?...

(clase 10)

La maestra es constantemente solicitada por los diversos equipos que se forman, esto aunado a las supervisiones que ella hace sobre los avances que se tienen, la hace adentrarse en una dinámica un tanto frenética (por la alta frecuencia con que es solicitada) de aclaración de dudas, llamadas de atención y verificaciones de avances que probablemente sea la causa de que no preste la atención suficiente a los alumnos y no indague acerca de los orígenes de sus

errores, como en el siguiente caso, donde ella realiza todos los procedimientos del ejercicio cuando el error no era procedimental, sino nada más el lugar donde los alumnos habían escrito la respuesta, el procedimiento ya lo dominaban:

Maestra: no... a ver, no, espérame, es que están equivocados... un medio más un tercio, ya lo vimos antier, como no son iguales los denominadores no puedo hacer esto (escribe en el denominador la suma de  $2 + 3 = 5$ ), ¿qué tengo que hacer?

Alumnos: la T

Maestra: la T, tenemos que sacar el común denominador de dos y de tres, ¿tiene mitad?

Alumnos: sí

Maestra: este no tiene se baja igual, no tiene mitad ¿tiene tercera?

Alumnos: sí

Maestra: entonces ya, tres por dos igual a seis (colocando en su lugar al denominador), ¿qué número multiplicado por dos me da seis?

Alumnos: nos da doce, ¡ah! No, no, tres

Maestra: ok, o de otra manera seis entre dos...

Alumnos: tres

Maestra: tres, tres por uno...

Alumnos: tres

Maestra: tres más, ¿qué número multiplicado por tres nos da seis?

Alumnos: dos

Maestra: dos, dos por uno...

Alumnos: dos

Maestra: cinco sextos es la respuesta correcta.

Alumno: pues aquí ya está, sí la tenía bien

Maestra: a ver dónde está, ¡ah! ok, si la pueden hacer así directamente está bien, si no, se van a la forma esta (señalando la hoja donde hicieron la suma de fracciones).

Alumno: cinco sextos...

Maestra: sí, pero aquí no va

Alumno: no va ahí

Maestra: aquí es numérico y aquí es con palabras.

(clase 10)

Esta fue la dinámica que de forma general predominó en las clases observadas. Se puede percibir que la maestra trabaja según el patrón de interacción de *embudo* (Godino et al., 2000), en donde se les asigna a los alumnos una tarea que de inicio no pueden resolver, por lo que tienen que recurrir a otros elementos matemáticos relacionados con el mismo problema para encontrar su solución, sin embargo, al trabajar en el patrón de embudo, como mencionan los citados autores, no existe ningún tipo de construcción significativa del conocimiento.

Y aunque la clase inicie con una presentación del tema por parte de la maestra, posterior a esa exposición el trabajo dentro del salón se realizó como hasta aquí se ha descrito. Por esta razón se tomó la decisión de grabar lo que sucedía al interior de los equipos, para lo cual se utilizó una grabadora digital. De estas grabaciones se extrae la siguiente categoría para analizar:

**Categoría 2:** Trabajo al interior de los equipos

**Definición:** Interacciones que realizan los alumnos al interior de los equipos.

## 7. Las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "C"

---

Las interacciones de los alumnos cuando se reúnen para trabajar en equipos, se pueden caracterizar de dos formas distintas. La primera, es donde cada alumno trata de imponer su punto de vista en un ambiente de discusión, sin darse oportunidad de exponer sus razones:

Alumno 1: No, pues que esto se tiene que sumar así. Y es como esto, no agarra bien acá.

Alumnos: (Risas)

Alumno 2: Ya, ya, ya (pone orden). Son cuatro.

Alumno 1: Son cuatro formas que tienes que agarrar aquí.

Alumno 2: ¡Ah!, ¿neta?

Alumno 1: Mira el color, es azul, verde y amarillo. Son dos...

Alumno 2: (Risas) conductores.

Alumno 3: Tres

Alumno 1: No, ajá

Alumno 2: ¡Son dos!, en la segunda parte son dos. Da colores mira (defiende su punto de vista)

Alumno 1: ¡No! Son tres.

Alumno 2: Dos (seguro de su respuesta, y con un tono de voz más alto)

Alumno 1: Tres (aferrado a su respuesta y en voz alta)

(audio de alumnos, clase 9)

El segundo tipo de interacción consiste en que cada uno de los alumnos trabaja por su propia cuenta:

Alumno 2: Ya profe, ya terminé... bueno yo

(audio de alumnos, clase 9)

Alumnos 1 y 3: profe, profe, profe, profe

Maestra: mande ¿quién lo hizo?

Alumno 3: yo

(audio de alumnos, clase 10)

Dado que la principal actividad dentro de las clases se desarrolla por equipos y que la maestra, en la entrevista inicial que se le hizo, mencionó que trabaja según el enfoque de la Reforma de Secundaria 2006 donde se estipula que en la organización de las clases se considere el trabajo cooperativo entre los alumnos (SEP, 2006c), se considera oportuno describir los pro y los contra de esta forma de laborar.

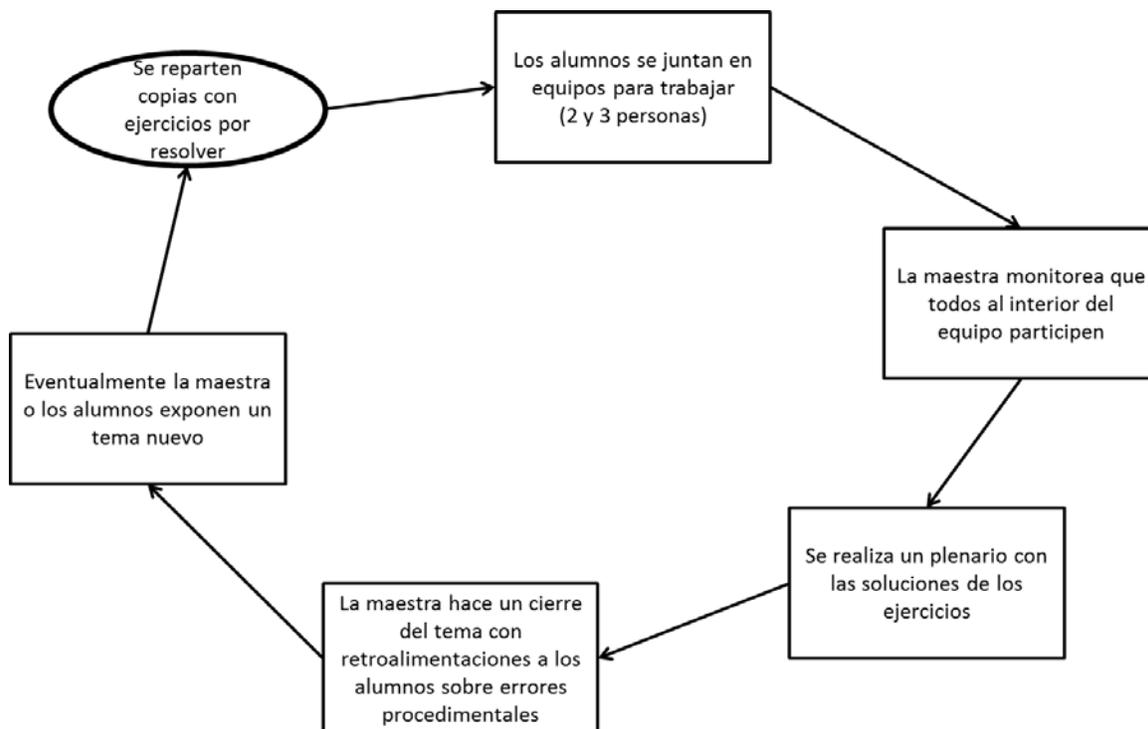
Serrano et al. (2008), mencionan que existen al menos tres grandes mejoras en los alumnos cuando trabajan cooperativamente. Uno, se adquieren competencias de socialización o de control de impulsos agresivos (factores de tipo social); dos, se incrementan las aspiraciones de los estudiantes (punto de vista socio-cognitivo); y tres, se mejora el rendimiento académico (perspectiva cognitiva), pero para lograr todo esto se requiere organizar las diversas actividades pensando en maximizar el efecto positivo del proceso enseñanza-aprendizaje.

Caso contrario se produce si se deja trabajar a los alumnos casi de forma libre, como lo menciona el mismo autor, y los registros de audio de las interacciones de los alumnos de este grupo, dan cuenta de que esto sucede con

ellos. Se organizan por equipos, pero se les deja en relativa libertad de hacer el trabajo una vez reunidos.

### 7.3 UN SOLO CAMINO PARA INTERACTUAR EN CLASE

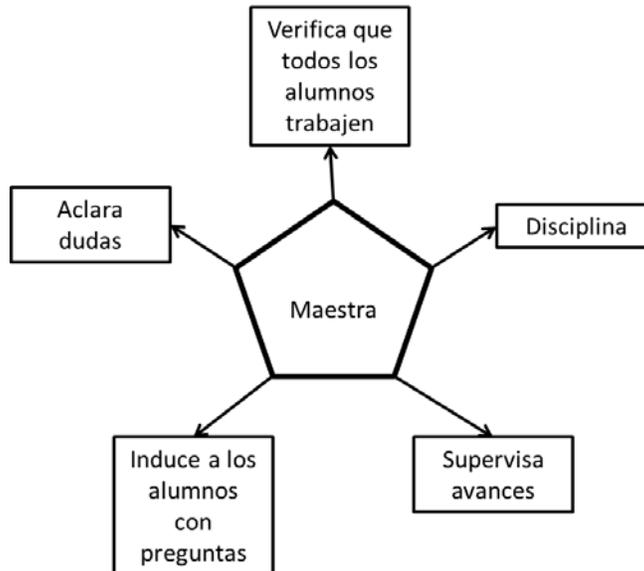
Acorde a lo expuesto en este apartado correspondiente al grupo 1° de la secundaria C, se ha podido observar que el modo de trabajo resulta ser reiterativo, casi cíclico, lo que se representa en el siguiente diagrama:



**Figura 8:** Diagrama sobre el desarrollo de las interacciones del grupo de 1° de la secundaria "C"

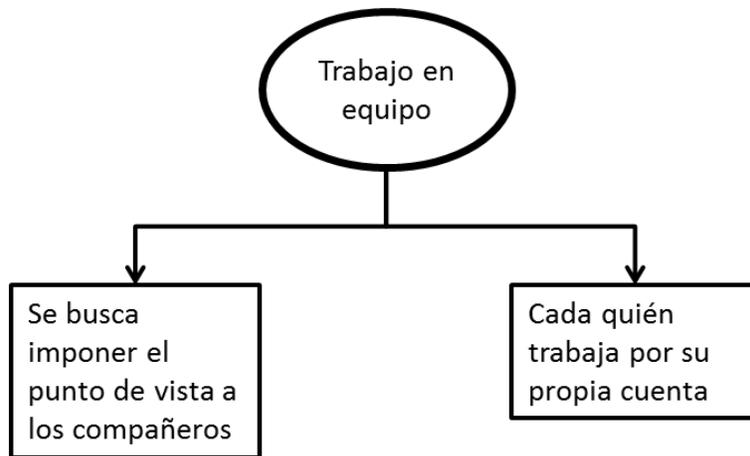
Con la figura 8 nos podemos dar cuenta de que son los alumnos los que llevan el mayor peso de la actividad dentro del aula. La maestra no desatiende esta dinámica, ya que diversifica y multiplica sus tareas para ver el avance de sus

alumnos en los tiempos en que se reúnen por equipos así como lo muestra la figura 9:



**Figura 9:** Actividades de la maestra para atender el trabajo en equipo.

La maestra realiza las actividades de la figura 9 por cada uno de los diez u once equipos que se forman en el grupo; lo que de algún modo dispersa su atención y no le deja ver la verdadera causa de la pregunta o error de los estudiantes, como se mencionó en la primer categoría de análisis; mientras que otros alumnos tienen que esperar un tiempo en ser atendidos. Esta situación nos lleva a observar cómo se dan las interacciones al interior de los equipos. Veamos la siguiente figura:



**Figura 10:** Formas en que se dan las interacciones al interior de los equipos del grupo de 1°

La figura 10 deja en claro que en general suceden dos cosas al interior de los equipos, el que la idea de uno quiera ser impuesta a los compañeros o que cada quien trabaje por su cuenta. Como se dijo, esto sucede reiterativamente, aunque también se llegó a observar que entre compañeros buscan explicarse, pero esto último no resulta representativo del actuar en todos los equipos.

Tenemos entonces que las interacciones del grupo de 1°A inician y terminan en el trabajo por equipos, la maestra atiende a sus alumnos desplazándose por el salón conforme se le requiere, esforzándose en mantener cierta disciplina. Esta actividad de continuo movimiento distrae a la maestra de algunas cuestiones importantes en las actividades de sus estudiantes, mismos que al interior de los equipos realizan el trabajo encomendado ya sea realizándolo por su propia cuenta o con la imposición de su punto de vista. Ante esta realidad, veamos los significados e implicaciones de este modo de interactuar:

### 7.4 ALGUNOS SIGNIFICADOS E IMPLICACIONES DE INTERACTUAR CON UNA ÚNICA ESTRATEGIA

Es claro que la forma de interactuar en este grupo de 1° tiene su origen en la teoría del aprendizaje cooperativo, lo que es acorde a la tercera orientación didáctica del *Plan de estudios 2006* de la SEP (2006c), además, en las diversas prácticas sostenidas con la docente a cargo del grupo, ella dejó de manifiesto que trabaja de esta manera porque así lo pide la reforma educativa. Esto nos dice que la maestra, de manera consciente, procura instrumentar el aprendizaje cooperativo en su salón de clase.

Ahora bien, como mencionan Serrano et al. (2008), metodológicamente el aula organizada cooperativamente debe caracterizarse por ser concebida como un sistema de pequeños grupos cuya acción abarca las dimensiones académica y social, lo que le permite al profesor realizar intervenciones cortas que complementen y orienten las intervenciones de los grupos. La organización del aula debe alternar el trabajo por equipos y la labor individual; en los equipos, el método de aprendizaje cooperativo se selecciona en función de los objetivos que se pretenden alcanzar; en cualquier caso (trabajo por equipos o individual), las tareas son conjuntas y a su vez personalizadas, de tal forma que permitan a los estudiantes desempeñarse con una actitud constructivo-participativa. Finalmente, la valoración se realiza con base en los procesos y productos, por lo que debe ser cualitativa y cuantitativa.

Confrontando las interacciones del grupo de 1° con los principios del aprendizaje cooperativo y con las características del patrón de embudo descrito por Godino et al. (2000) en el interaccionismo simbólico, se ponen de manifiesto inconsistencias tales como que la mayor parte de las veces se trabaja con el mismo esquema, que las actividades al interior de los equipos no están personalizadas, que la actitud de los estudiantes, la mayoría de las ocasiones, no es precisamente constructivo-participativa y que por sistema, la evaluación es sobre elementos netamente cuantitativos.

Ello coincide con los resultados de los estudios de Falsetti et al. (2005), Esmonde (2009), Carneiro-Abrahão (2008) y Dekker et al. (2006), mencionados en el capítulo 2 de este trabajo, quienes concluyen que el uso reiterado del trabajo por equipos puede ser insuficiente para optimizar el aprovechamiento del aprendizaje ya que los estudiantes se limitan a especificar el saber hacer con lo que conocen.

Se tiene entonces que, a pesar de todo el esfuerzo de la maestra organizar las actividades en el marco del trabajo cooperativo, desempeñándose además según el patrón de interacción de embudo, las interacciones dentro de su grupo no logran maximizar el efecto positivo del proceso enseñanza-aprendizaje, porque a su instrumentación de trabajo cooperativo le hacen falta elementos que resultan primordiales en la estructura del propio enfoque.

## 8. Análisis transversal entre casos

En la presente investigación se encontró que las interacciones entre maestro – alumnos – conocimiento generan una situación diferente por cada caso estudiado; se tienen así, tres maneras distintas de trabajar con el conocimiento tratado en el aula, una donde sólo se enseña a saber hacer el algoritmo, y aunque sí se resuelven problemas, la forma de abordarlos y resolverlos no se ubica cerca del centro de trabajo de la clase, más bien están ubicados al final de una secuencia que va desde la presentación del tema, solución de ejercicios, ejercicios más difíciles y después los problemas.

Otra forma de trabajo resulta en un aprendizaje que es significativo, donde los alumnos pueden experimentar y explotar toda la riqueza de su dinámica de clase según su máximo interés en ella. Finalmente, se tiene un estilo de trabajo donde no se logra maximizar el efecto positivo del trabajo cooperativo para el proceso de enseñanza – aprendizaje, de hecho, lo que sucede con el conocimiento queda poco revelado por el estilo de trabajo, no se duda que los alumnos aprendan a hacer y resolver, lo que no queda claro es hasta dónde logran hacerlo.

Más específicamente, las interacciones analizadas muestran que a pesar del discurso expresado sobre las tendencias e intenciones en la educación (SEP, 2006b; 2006c), todavía se tienen casos donde el enfoque conductista es aplicado. Hernández (1998) menciona que la concepción de enseñanza, en dicho enfoque, es meramente instruccional, donde los contenidos son trabajados a modo de

depósito de información y que para ello el profesor constantemente debe de presentar modelos conductuales, verbales y simbólicos a sus alumnos, por lo tanto, la participación del alumno y su aprendizaje se ven condicionados por las características previstas en el programa elaborado.

En el grupo de 3° de la secundaria “A” las actividades denotan la preferencia por el conocimiento de tipo algorítmico y la memorización sin una justificación de por medio; el docente se dedica a dictar y mostrar en el pizarrón los diversos procedimientos, mientras que la participación de los alumnos consiste en decir los resultados de las operaciones que el maestro va planteando o indicar el paso que sigue según el apunte de su cuaderno.

Independientemente de que el enfoque del profesor a cargo de este grupo sea conductista, existe un problema de mayor trascendencia ya que dicho enfoque no es aplicado en toda su extensión y si se sigue la descripción de Hernández (1998) sobre el mismo, las interacciones observadas en el grupo de 3° habrían de tener en cuenta a) definir explícitamente los objetivos, b) el reforzamiento de la información de manera inmediata, c) dejar que el alumno avance a su propio ritmo, d) el registro de los resultados de los alumnos y, e) la realización de una evaluación continua.

Con el modo de participar de los estudiantes identificado en los patrones extractivo y afirmativo del interaccionismo simbólico (ver apartado 5.4), se puede establecer la coincidencia con lo descrito por el conductismo respecto al papel que deben desempeñar los alumnos, su participación está condicionada por la forma

que tiene el profesor de organizar sus clases, estas formas en general consisten en seguir una serie de pasos dictados previamente para poder resolver los ejercicios y concluir con las oraciones planteadas por el docente a manera de preguntas, construyendo así, según lo descrito por Woolfolk (1999) y Moreno (2006), con un conocimiento procedimental de tipo algorítmico.

El profesor del grupo de 3° insiste tanto en la memorización de los procedimientos que deja de lado su justificación y posible visión de utilidad; con este modo de actuar, Godino et al. (2000) afirman que las competencias que pudieran desarrollar los estudiantes terminan por no lograrse dada la comprensión superficial e instrumental del conocimiento que se les presenta.

Aunque en el salón donde el grupo de 3° tiene la mayoría de sus clases está equipado con computadora, cañón y pizarrón electrónico, estos sólo se utilizan para proyectar las hojas de ejercicios que los alumnos tienen que resolver. Cuando no se hace uso de dicho equipo, el material del docente para la clase es nada más pizarrón, marcadores y escuadras. En cuanto a los alumnos, ellos se limitan a trabajar con cuaderno, lápiz y no todos llevan calculadora. Toda la actividad se da en un ambiente caracterizado por ser ruidoso, por la constante distracción y falta de interés de muchos alumnos; existen momentos de tensión y reto de parte de algunos alumnos a la autoridad del maestro.

Por otro lado, en lo que respecta a las interacciones observadas en el grupo de 1° de la secundaria “B”, la realidad presentada se puede caracterizar de la siguiente manera: a) las diversas actividades en el grupo orientan el desarrollo de

habilidades del pensamiento de diverso nivel de complejidad; b) la maestra toma en cuenta las aportaciones de los alumnos para el desarrollo de sus clases; c) las opiniones de los alumnos aportaron elementos de definición de conceptos y de procedimientos con su debida justificación; y d) se analizaron los errores cuando éstos se presentaron.

Los rasgos anteriores caracterizados en los patrones de interacción de discusión, focalización, interrogativo y temáticos (ver apartado 6.4), son acordes con el paradigma cognitivo de la educación, donde se propone que el papel del docente debe de estar centrado en el diseño y organización de experiencias didácticas tomando en cuenta que los alumnos son agentes activos en el aprendizaje y que por lo mismo pueden aprender a aprender y a pensar. Además, el profesor habrá de procurar la promoción, la inducción y la enseñanza de habilidades cognitivas y metacognitivas que permitan a los alumnos explorar, experimentar, solucionar problemas y reflexionar sobre ellos (Ausubel et al., 1983; Ausubel, 2002; Hernández, 1998), entonces es evidente que en este marco teórico se desenvuelven las interacciones del grupo de 1° de la secundaria “B”.

Tomando en cuenta los materiales didácticos utilizados en las clases del grupo de 1° de la secundaria “B”, éstos consisten en equipo tecnológico (computadora y cañón); materiales que se colocan y retiran en el pizarrón; materiales manipulables como diversos tipos de papel que la maestra reparte para que todos trabajen. Lo que le permite a la maestra trabajar de manera provechosa con los esfuerzos cognitivos de sus estudiantes, tal como se evidenció en las diversas investigaciones de Mitchell (2001), Barwell (2005), Reséndiz (2006),

Farmaki et al. (2007) y Koichu et al. (2007) (ver apartado 1.2), a esto se le añade el ambiente de trabajo de tipo cordial y de respeto mutuo, que de acuerdo a Curwin et al. (2003), es factor importante para el logro educativo.

Ha quedado mostrado en el análisis de las interacciones del grupo de 1° de la secundaria “B”, que su forma de trabajar implica que el aprendizaje al que acceden los alumnos es potencialmente más significativo dado que se trabaja bajo un esquema muy semejante al patrón de discusión descrito por Godino et al. (2000), donde se especifica que el docente permite a los estudiantes argumentar de forma individual o conjunta, trabajar con analogías, definición de conceptos y análisis de errores, todos ellos elementos básicos que hacen que el aprendizaje sea más significativo como lo menciona Ausubel (2002).

Finalmente, el trabajo en el tercer grupo observado (1° de la secundaria “C”) toma sentido en la teoría del aprendizaje cooperativo por el esfuerzo de la profesora en seguir las orientaciones didácticas del Plan de estudios 2006 de la SEP (2006c) y por su desempeño según el esquema del patrón de interacción de tipo embudo (ver apartado 7.4).

El trabajo cooperativo, como lo describen Serrano et al. (2008), consiste en la organización del salón de clase en pequeños grupos, aunque también se da espacio para el trabajo individual; esta organización permite al maestro realizar pequeñas intervenciones para complementar y orientar el trabajo de los alumnos. Trabajar con este enfoque obliga al docente a definir claramente las actividades que se tienen que realizar, en cuanto a los objetivos que se persiguen, el modo de

trabajo y la evaluación debe ser cualitativa y cuantitativa, tanto de los procesos como de los productos; según la teoría del aprendizaje cooperativo esta forma de trabajo permite a los estudiantes desempeñarse con actitudes constructivo-participativas.

En la consideración del referente teórico arriba mencionado, se pudo constatar, a lo largo de las diversas observaciones, que la maestra lleva a las clases copias de ejercicios que reparte a los alumnos reunidos siempre en equipos, la indicación de la maestra es que todos aporten a la solución de los mismos, <<no se vale>>, como ella misma menciona, que sólo una persona trabaje. Aunque esta es la directriz del trabajo, los alumnos no cumplen cabalmente con ella, se observó a algunos alumnos que al trabajar al interior de varios equipos tratan de imponer su punto de vista a los otros compañeros; otros trabajan por su cuenta aunque estén reunidos en pequeños grupos; también, en el menor de los casos, el alumno que parece entenderle más al tema de clase trata de explicárselo a sus compañeros.

En este panorama de trabajo se observa una marcada preferencia por la solución de las hojas de ejercicios, aunque las clases eventualmente se complementan con la proyección de algún video y/o presentación de diapositivas diseñadas en la computadora; mientras que la exposición de los temas es compartida entre la maestra y sus alumnos. Esta dinámica de trabajo provoca la existencia de un nivel alto de ruido al interior del salón y que la maestra esté ocupada tratando de atender la mayor cantidad de requerimientos por parte de sus alumnos, de manera que algunos de ellos se llegan a sentir desatendidos.

Ahora bien, aunque la intención de la profesora es organizar las actividades del aula cooperativamente, su labor se ve empobrecida por dos razones, la primera, porque en su organización no se evidencia un método específico del trabajo cooperativo, alejándose así de los beneficios que este enfoque provee según lo descrito por Serrano et al. (2008) y, segunda, porque su rutina presenta tan pocas variaciones que se torna insuficiente para el mejor aprovechamiento del aprendizaje como lo llegan a constatar Falsetti et al. (2005), Esmonde (2009), Carneiro-Abrahão (2008) y Dekker et al. (2006), en sus diversas investigaciones al tratar sobre el uso reiterado del trabajo por equipos.

Para concluir con este apartado, la descripción, el análisis de las interacciones al interior de las aulas de matemáticas, junto a las posibles implicaciones que éstas suponen, pueden servir como un medio de reflexión sobre la enseñanza de las matemáticas a los docentes observados, a sus directivos y a los lectores en general, para que puedan proponer e implementar acciones concretas que mejoren el aprovechamiento de las matemáticas dentro del aula.

## 9. Conclusiones

El presente trabajo estableció como propósito describir las interacciones al interior de aulas de matemáticas de secundaria y junto a ello, analizar e interpretar los significados y las implicaciones de lo observado; por ello la pregunta central de investigación se planteó en los siguientes términos: ¿cómo se dan las interacciones entre maestro, alumnos y conocimiento dentro de aulas de matemáticas en la educación secundaria y qué significados e implicaciones conllevan?

Dado que se realizó un estudio cualitativo inscrito en la línea de la microetnografía, su finalidad no ha sido sustentar generalizaciones del tipo de las que se establecen en estudios cuantitativos, por ello la respuesta que aquí se construye para la pregunta de investigación planteada establece de manera hipotética lo que las formas de interacción pueden producir cuando se pone al alumno en contacto con el conocimiento matemático de determinada manera; así, conviene especificar una vez más que en esta investigación no se pretende hacer una comparación entre escuelas para detectar prácticas exitosas en el logro educativo de los estudiantes, sino esbozar las implicaciones que ciertas formas de interacción en el aula pueden tener en el tipo de aprendizaje que se logre en los estudiantes.

Con estas consideraciones se presentan las conclusiones con respecto a lo que se observó y analizó: las interacciones de tres grupos de matemáticas de escuelas secundarias diferentes.

En el grupo de tercer año de la secundaria A, fue posible establecer que, trabajar el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas según los patrones de interacción extractivo y afirmativo según los definen Godino et al. (2000), en donde lo principal es el manejo algorítmico usualmente no justificado de los ejercicios que se realizan, trae como consecuencia un tipo de aprendizaje que obliga a los alumnos sólo a repetir los procesos de solución según lo que el maestro haya dicho, por lo tanto, el aprendizaje es memorístico, con escaso o nulo nivel de comprensión y difícilmente da pie al desarrollo ulterior de otro tipo de habilidades y competencias en los estudiantes. Si a ello se suma la escasa atención que estos estudiantes dan a la clase y a las tareas que en ésta se realizan, según se mostró en el reporte de lo que ocurre en este grupo, es de esperar escasos logros en el aprendizaje de las matemáticas.

Sólo como relación de interés que podrá ser objeto de un análisis más profundo junto con otras variables en estudios posteriores, cabe hacer notar que según las bases de datos del portal de ENLACE, cuando este grupo de estudiantes estaba en segundo de secundaria en 2009, el 94.3% de los alumnos de todos los grupos de segundo año de la secundaria A se ubicaron en los niveles de insuficiente y elemental; ya en tercer año, cuando respondieron la versión 2010 de la misma prueba, el 95.7% de los estudiantes de tercero volvió a ubicarse en los dos niveles más bajos.

En el caso del grupo de primer año de la secundaria B se encontró que las interacciones que en éste tienen lugar corresponden a los patrones de discusión, interrogativo, de focalización y temáticos, descritos en el interaccionismo simbólico

en educación matemática (Godino et al., 2000); aquí los estudiantes trabajan en circunstancias que los llevan a justificar sus afirmaciones, buscar alternativas de solución, consensar ideas, a reflexionar sobre sus procedimientos y sobre los errores en que vayan incurriendo, lo que conlleva que el aprendizaje que están adquiriendo sea potencialmente más significativo con las ventajas que para cada estudiante esto pueda traer.

De nuevo, sólo como vinculación que puede dar lugar a hipótesis para estudios posteriores, en esta escuela los resultados de la prueba ENLACE en 2009 arrojaron que el 31.4% de todo el alumnado de la secundaria se ubicó en los niveles de insuficiente y elemental; en la aplicación de dicha prueba en 2010, el porcentaje de alumnos ubicados en esos niveles fue de 36.63%, pero ningún alumno de primer año se ubicó en el nivel de insuficiente y sólo el 20% en el nivel de elemental.

Las interacciones en el grupo de primer año de la secundaria C se desarrollan según el patrón de interacción de embudo descrito en el interaccionismo simbólico (Godino et al., 2000), dado que el trabajo inicia con el planteamiento de situaciones por resolver (ejercicios o problemas) de parte de los estudiantes, lo que los obliga a recurrir a cuestiones más fáciles relacionadas con el mismo problema hasta lograr resolver lo que se les plantea; por otra parte, la forma de propiciar la interacción entre los estudiantes está inspirada en el aprendizaje cooperativo, pero a la manera de organizar las diversas actividades le hacen falta elementos clave para aprovechar todo el potencial de esa forma de trabajo.

La interacción con las características encontradas en el grupo de primer año de la secundaria C conlleva fácilmente a escasa construcción significativa del conocimiento, como lo señalan Godino et al. (2000), al mismo tiempo, según puntualizan Serrano et al. (2008), limita el efecto positivo del proceso enseñanza – aprendizaje y esto, de algún modo, puede verse reflejado en la calidad del logro educativo.

Es de interés hacer notar que en la secundaria C, los resultados de todo el alumnado en la prueba ENLACE de 2009 ubicaron al 91.67% en los niveles de insuficiente y elemental, mientras que en el 2010 la ubicación en esos mismos niveles fue del 88.23%. Los alumnos del grupo observado participaron en esa prueba en 2010 en la que los estudiantes de los tres salones de primero se ubicaron en los niveles de insuficiente y elemental en un porcentaje del 93.3%.

Así, este estudio permite afirmar que el tipo de interacciones entre maestro, alumnos y conocimiento matemático que se promueven en aulas de matemáticas en secundaria, constituye un factor cuya contribución a la configuración del tipo de aprendizaje que los alumnos llegan a tener, es sumamente relevante.

Por otra parte, contrastar lo encontrado en relación con las formas de interacción en el aula y los resultados de la prueba ENLACE en los años correspondientes a este estudio, sugiere la posibilidad de que las formas de interacción tengan también cierto impacto en el logro educativo, aspecto en el que puede profundizarse en estudios posteriores dado que no fue objetivo de este trabajo.

Finalmente, después de analizar y presentar las implicaciones que suponen los modos de interacción al interior de las aulas de matemáticas de secundaria, queda de parte de los docentes reflexionar sobre su propia práctica educativa de tal manera que, como menciona Serres (2007), ésta sea una reflexión para actuar y transformar sus prácticas, al planificar nuevas actividades de aprendizaje y nuevas estrategias de enseñanza.

Pero téngase presente que además de la responsabilidad del docente por mejorar su propia práctica educativa, ésta es una responsabilidad compartida de manera inmediata con las autoridades del plantel educativo, a ellos corresponde poner al alcance de los docentes la instrumentación necesaria (tanto en equipo como en capacitación) que coadyuve en las mejoras de los procesos de interacción al interior de las aulas, así, en la reflexión de los elementos constitutivos de las formas personales de trabajar, el profesor tendrá la oportunidad de incorporar los elementos teórico – prácticos que le hacen falta para trabajar de manera más acorde con el enfoque teórico utilizado, independientemente de cuál sea éste.

Una discusión constructiva sobre qué enfoques es más adecuado utilizar de acuerdo a las perspectivas actuales del plan y programas de estudio, a los efectos que se esperan de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y, por qué no, a la obtención de mejores resultados en las pruebas a gran escala, es ya tema de otro tipo de investigaciones.

## **10. Recomendaciones y consideraciones para futuros trabajos de análisis de interacciones**

Para finalizar, se pueden seguir realizando investigaciones como la presente, pero como ha quedado mostrado que las interacciones por grupo contemplan implicaciones distintas, la recomendación es hacerlo en el contexto de una sola escuela analizando las interacciones de varios maestros agrupados según el área de especialidad, de tal forma que, tanto el profesorado como las autoridades de la institución tengan información de primera mano sobre el quehacer docente y puedan dilucidar en conjunto las líneas inmediatas de formación/actualización que consideran necesario implementar.

Un trabajo de esta magnitud requiere inversión económica, de tiempo y de recurso humano, pero se pueden entablar convenios de colaboración entre instituciones (que pueden ser de educación superior), interesadas en la mejora de los procesos educativos, y escuelas de educación secundaria (u otros niveles) con el fin de llevar a cabo las mejoras pertinentes y constantes en la enseñanza de las matemáticas. Siempre se podrá encontrar académicos interesados en realizar estos procesos de investigación.

---

## Referencias

Álvarez, C. (2008). La etnografía como modelo de investigación en educación.

*Gazeta de Antropología*, 24, texto 24-10.

Arzarello, F., Robutti, O. y Bazzini, L. (2005). Acting is learning: focus on the

construction of mathematical concepts. *Cambridge Journal of Education*,

35(1), 55 -67.

Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1983). *Psicología educativa. Un*

*punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas. 2003.

Ausubel, D. P. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento: una perspectiva*

*cognitiva*. España: Paidós.

Babolin, S. (2005). *Producción de sentido: filosofía de la cultura*. Colombia: San

Pablo.

Barfield, T. y Schussheim, V. (2000). *Diccionario de antropología*. México: Siglo

XXI.

Barwell, R. (2005). Integrating language and content: issues from the mathematics

classroom. *Linguistics & Education*, 16(2), 205 – 218.

Berteley, M. (2000). *Conociendo nuestras escuelas. Un acercamiento etnográfico*

*a la cultura escolar*. México: Paidós.

- Blumer, H. (1969). *Symbolic interactionism. Perspective and method*. USA: University of California Press.
- Brousseau, G. (1986). Fondaments et méthodes de la didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 7(2), 33-115. Material Editado por los M.C. Martha C. Villalba Gtz. y Víctor M. Hernández para el proyecto LEM – Matemática. Consultado el 2 de julio del 2009 en <http://lem.usach.cl/biblioteca/index.php?Tipo=4&Tema=7>
- Brousseau, G. (2004). Investigaciones en educación matemática. Conferencia plenaria en XII Jornadas Nacionales de Educación Matemática 2004. Consultado el 2 de julio del 2009 en <http://www.sochiem.cl/sochiem/index.htm>
- Carneiro-Abrahão, A. (2008). El papel de la interacción en el aprendizaje de las matemáticas: relatos de profesores. *Universitas Psychologica*, 7(3), 711 – 723.
- Caso, J. (2007). *Variables asociadas al rendimiento académico de adolescentes mexicanos*. (Tesis inédita de doctorado). Universidad Nacional Autónoma de México. México, Distrito Federal, México.
- Cofré, A. y Tapia, L. (1995). *Cómo desarrollar el razonamiento lógico y matemático*. Chile: Editorial Universitaria.
- Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascón, J. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*. México: SEP.

- Coll, C. (1984). Estructura grupal, interacción entre alumnos y aprendizaje escolar. *Infancia y aprendizaje*, 27/28, 119 – 138.
- Coll, C. (1985). Acción, interacción y construcción del conocimiento en situaciones educativas. *Anuario de psicología*, 33 (2).
- Coll, C., Colomina, R., Onrubia, J. y Rochera, M. (1992). Actividad Conjunta y habla: una aproximación al estudio de los mecanismos de influencia educativa. *Infancia y aprendizaje*, 59 – 60, 189 – 232.
- Coll, C. y Sánchez, E. (2008a). Presentación. El análisis de la interacción alumno-profesor: líneas de investigación. *Revista de Educación*, 346, 15-32.
- Coll, C., Onrubia, J. y Mauri, T. (2008b). Ayudar a aprender en contextos educativos: el ejercicio de la influencia educativa y el análisis de la enseñanza. *Revista de Educación*, 346, 33-70.
- Curwin, R. y Mendler, A. (2003). *Disciplina con dignidad*. México: ITESO
- Cury, H. (2008). *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Brasil: Autêntica.
- Dekker, R., Elshout-Mohr, M. y Wood, T. (2006). How children regulate their own collaborative learning. *Educational Studies in Mathematics*, 62, 57 – 79.

- D'Amore, B., Font, V. y Godino, J. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática. *PARADIGMA*, XXVIII(2), 49-77
- de Guzmán, M. (2000). Matemáticas y estructura de la naturaleza. Consultado el 13 de noviembre del 2000 en [www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/matyest.htm](http://www.mat.ucm.es/deptos/am/guzman/matyest.htm)
- del Río L., Norma (1999). Bordando sobre la zona de desarrollo próximo. *Educación, Revista de educación / Nueva época*, 9, Recuperado el 8 de agosto del 2008 en <http://educar.jalisco.gob.mx/09/9riolugo.html>
- Díaz, M., Flores, G. y Martínez, F (2007). *PISA 2006 en México*. México: INEE.
- Díaz, M. y Flores, G. (2010). *México en PISA 2009*. México: INEE
- Durán, D. y Vidal, V. (2004). *Tutoría entre iguales: de la teoría a la práctica. Un método de aprendizaje cooperativo para la diversidad en secundaria*. España: Graó.
- Esmonde, I. (2009). Mathematics learning in groups: analyzing equity in two cooperative activity structures. *Journal of the Learning Sciences*, 18(2), 247 – 284.
- Falsetti, M. y Rodríguez, M. (2005). Interacciones y aprendizaje en matemática preuniversitaria: ¿qué perciben los alumnos? *Relime*, 8(2), 319 – 338.

- Farmaki, V. y Paschos, T. (2007). The interaction between intuitive and formal mathematical thinking: a case study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(3), 353 – 365.
- Forero-Sáenz, A. (2008). Interacción y discurso en la clase de matemáticas. *Universitas Psychologica*, 7(3), 787 – 805.
- García, M. (2002). *Razonamiento en matemáticas, un proceso por construir: estrategia metodológica para trabajar con ecuaciones lineales y cuadráticas en el bachillerato intensivo semiescolarizado*. (Tesis inédita de maestría). Universidad La Salle Guadalajara, Guadalajara, México.
- Godino, J. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2.3.), 237 – 284.
- Godino, J. (2003). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Departamento de Didáctica de la Matemática*. Universidad de Granada. Documento de trabajo del curso de doctorado "Teoría de la educación Matemática". Recuperable en Internet: <http://www.ugr.es/local/jgodino/>
- Godino, J., Llinares, S. (2000). El interaccionismo simbólico en educación matemática. *Revista Educación Matemática*, 12(1), 70 – 92.

- Godino, J., Contreras, A. y Font, V. (2006a). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico – semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26(1), 39 – 88.
- Godino, J., Bencomo, D., Font, V. y Wilhemi, M. (2006b). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *PARADIGMA*, XXVII(2), 221 – 252.
- Goetz, J. y LeCompte, M. (1988). *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa*. Madrid: Ediciones Morata
- Hernández, G. (1998). *Paradigmas en psicología de la educación*. México: Paidós
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill.
- Ibáñez, T. (2006). El giro lingüístico. En Íñiguez, R. (editor). *Análisis del discurso: manual para las ciencias sociales*. (pp. 23 – 45) Barcelona: Editorial UOC.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) (2005). *PISA para docentes. La evaluación como oportunidad de aprendizaje*. México: SEP.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) (2006). *El aprendizaje del español y las matemáticas en la educación básica en México. Sexto de primaria y tercero de secundaria*. México: INEE

- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) (2009). *El aprendizaje en tercero de secundaria en México. Informe sobre los resultados del Excale 09, aplicación 2008. Español, Matemáticas, Biología y Formación cívica y ética*. México: INEE
- Jurow, A. (2004). Generalizing in interaction: middle school mathematics students making mathematical generalizations in a population – modeling project. *Mind, Culture and Activity*, 11(4), 279 – 300.
- Koichu, B., & Harel, G. (2007, July). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 65(3), 349 – 365.
- Ledezma, M., Rodríguez, L (2005). La vida cotidiana de los profesores de matemáticas en las aulas de la escuela secundaria. *Educar, Revista de educación*, 32, 65 – 72.
- Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J. Ponte & Serrazina, L. (Eds.) (2000) *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália. Actas da Escola de Verao-1999* (pp. 109-132). Sociedade de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

- Magali, H. (2004). Caractérisation d'une pratique d'enseignement des mathématiques: le cours dialogué. *Canadian Journal of Science, Mathematics, & Technology Education*, 4(2), 243 – 260.
- Martín – Crespo, M. y Salamanca, A. (2007). El muestreo en la investigación cualitativa. *Nure Investigación*, 27. Recuperado el 27 de julio del 2009 en [http://www.fuden.es/FICHEROS\\_ADMINISTRADOR/F\\_METODOLOGICA/F\\_Metodologica\\_27.pdf](http://www.fuden.es/FICHEROS_ADMINISTRADOR/F_METODOLOGICA/F_Metodologica_27.pdf)
- Marzano, R. (1992). *Dimensiones del aprendizaje*. Editorial Iteso. México.
- Mitchell, J. (2001). Interactions between natural language and mathematical structures: the case of “wordwalking”. *Mathematical, Thinking and Learning*, 3(1), 29 – 52.
- Montero-Sieburth, M. (1993). Corrientes, enfoques e influencias de la investigación cualitativa para Latinoamérica. *La Educación*, (116) III, recuperado el 23 de julio del 2012 de [http://www.educoas.org/portal/bdigital/contenido/laeduca/laeduca\\_116/articulo1/index.aspx](http://www.educoas.org/portal/bdigital/contenido/laeduca/laeduca_116/articulo1/index.aspx)
- Montiel, G. (2005). Interacciones en un escenario en línea. El papel de la socioepistemología en la resignificación del concepto de derivada. *Relime*, 8(2), 219 – 235.

- Moreira, M. (2002). Investigación en educación en ciencias: métodos cualitativos. Texto de apoyo no. 14. *Programa Internacional de Doctorado en Enseñanza de las ciencias*. Universidad de Burgos. Departamento de Didácticas Específicas. Burgos, España. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Instituto de Física. Porto Alegre, Brasil. Consultado el 29 de junio del 2009 en [www.if.ufrgs.br/~moreira/metodoscualitativos.pdf](http://www.if.ufrgs.br/~moreira/metodoscualitativos.pdf).
- Moreno, M. G., (1997). Cuándo, cómo y para qué resolver problemas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación, Revista de educación / Nueva época*, 2.
- Moreno, M. (2006). La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Ventajas y límites de la forma de utilización de algunas estrategias didácticas. En: *Reflexiones para la lic. en docencia de la matemática, 27 de julio del 2006*. Mexicali, Baja California, México: Facultad de Pedagogía e Innovación Educativa.
- Morín, E. (2001). *Introducción al pensamiento complejo*. España: Gedisa.
- Morse, J., Bottorff, J. y Boyle, J. (2003). *Asuntos críticos en la metodología de investigación cualitativa*. Colombia: Universidad de Antioquía.
- Planas, N. (2004). Metodología para analizar la interacción entre lo cultural, lo social y lo afectivo en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(1), 19 – 36.

- Reséndiz, E. (2006). La variación y las explicaciones didácticas de los profesores en situación escolar. *Relime*, 9(3), 435 – 458.
- Ríos, A. y Bolívar, C. (2009). Razonamiento verbal y pensamiento analógico. Colombia: Editorial Universidad del Rosario.
- Rodríguez-Mena, M. (2006). Aprendiendo a través de analogías. *Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales (CLACSO)*. Recuperado el 12 de octubre del 2011 en [bibliotecavirtual.clacso.org.ar/ar/libros/cuba/rodri1.rtf](http://bibliotecavirtual.clacso.org.ar/ar/libros/cuba/rodri1.rtf)
- Saw, K., Majid, O., Ghani, N., Atan, H., Idrus, R., Rahman, Z. y Tan, K. (2008). The videoconferencing learning environment: technology, interaction an learning intersect. *British Journal of Educational Technology*. 39(3), 475 – 485.
- Secretaría de Educación Pública (1994). *Secuencia y organización de contenidos. Matemáticas. Educación secundaria*. SEP. México.
- Secretaría de Educación Pública (1999) *Fichero de actividades didácticas. Matemáticas. Educación secundaria*. SEP. México.
- Secretaría de Educación Pública (SEP) (2006a). *Educación básica. Secundaria. Matemáticas. Programas de estudio 2006*. México: SEP.
- Secretaría de Educación Pública (SEP) (2006b). *Reforma de la Educación Secundaria. Fundamentación Curricular. Matemáticas*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2006c). *Educación básica. Secundaria. Plan de estudios 2006*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2007a). *Programa Sectorial de Educación 2007 – 2012*. México: SEP.

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2007b). ENLACE 2007. Resultados del estado de Baja California. Consulta el 7 de diciembre del 2007 en [http://enlace.sep.gob.mx/index.php?option=com\\_content&task=view&id=117&Itemid=128](http://enlace.sep.gob.mx/index.php?option=com_content&task=view&id=117&Itemid=128)

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2007c). Sitio web ENLACE. Consultado el 10 de diciembre del 2007 en <http://enlace.sep.gob.mx>.

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2010a). Sitio web ENLACE en Educación Básica. Consultado el 1 de junio del 2010 en <http://enlace.sep.gob.mx/ba/>

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2010b). Sitio web ENLACE en Educación Media Superior. Consultado el 1 de junio del 2010 en <http://enlace.sep.gob.mx/gr/>

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2012a). Sitio web ENLACE en Educación Básica. Consultado el 19 de septiembre del 2012 en [www.enlace.sep.gob.mx/content/ba/pages/estadisticas/estadisticas.html](http://www.enlace.sep.gob.mx/content/ba/pages/estadisticas/estadisticas.html)

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2012b). Sitio web ENLACE en Educación Media Superior. Consultado el 19 de septiembre del 2012 en [http://www.enlace.sep.gob.mx/ms/estadisticas\\_de\\_resultados/](http://www.enlace.sep.gob.mx/ms/estadisticas_de_resultados/)

Secretaría de Educación Pública (SEP) (2012c). Sitio web ENLACE. Consultado el 03 de octubre del 2012 en [http://www.enlace.sep.gob.mx/ba/resultados\\_anteriores/](http://www.enlace.sep.gob.mx/ba/resultados_anteriores/)

Skemp, R. (1993). *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. España: Morata.

Serrano, J. M, González-Herrero, M. E, Pons, R. M. (2008). *Aprendizaje cooperativo en matemáticas*. España: edit.um

Serres, Y. (2007). *El rol de las prácticas en la formación de docentes en matemática*. (Tesis inédita de doctorado). CICATA-IPN, México.

Sinclair, M. (2005). Peer interactions in a computer lab: reflections on results of a case study involving web-based dynamic geometry sketches. *Journal of Mathematical Behavior*, 24(1), 89 – 107.

Solis, L. (2009). El pensamiento complejo. Consultado el 3 de julio del 2009 en <http://www.pensamientocomplejo.com.ar/doc.asp?IdDocumento=3>.

- Steinbring, H. (2005). Analyzing mathematical teaching-learning situations. The interplay of communicational and epistemological constraints. *Educational Studies in Mathematics*, 59, 313 – 324.
- Tarrés, M. (2001). *Observar, escuchar y comprender: sobre la tradición cualitativa en la investigación social*. México: FLACSO.
- Vázquez, C. (1997). El arte de preguntar en matemáticas. *Educar, Revista de educación / Nueva época*, 2.
- Vergara, M. (2005). La enseñanza de las matemáticas: el caso de tres profesores de secundaria. *Educar, Revista de educación*, 32, 73 – 82.
- Vigotsky, L. S. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Grijalbo.
- Wilson, L., Andrew, C. y Below, J. (2006). A comparison of teacher/pupil interaction within mathematics lessons in St Petersburg, Russia and the North-East of England. *British Educational Research Journal*, 32(3), 411 – 441.
- Woolfolk, Anita E. (1999). *Psicología educativa*. México: Pearson Educación.
- Woods, P. (1987). *La escuela por dentro. La etnografía en la investigación educativa*. España: Paidós.

---

## ANEXO 1

---

Instrumento para aplicar previo al registro de las interacciones:

### PREPARACIÓN DEL CURSO (Maestro)

**Técnica:** Entrevista cara a cara, de tipo focal y semiestructurada

**Definición:** Es una entrevista por medio de la conversación. Se centra en un aspecto específico y deja al entrevistado amplia libertad para expresarse.

**Dirigido a:** El maestro en matemáticas de secundaria

**Finalidad:** Indagar la forma en que el maestro ha preparado su curso en general. Si ha considerado el uso de dinámicas, materiales, actividades, bibliografía u otros recursos.

**Material:** grabadora digital, cuaderno para entrevistas, pluma y lápiz.

**Estructura:** – Presentación de motivos (comentarios de confidencialidad).

- Permiso para audiograbar.
- Grado y horario en que trabajará el curso donde se harán los registros de las interacciones.
- Breve descripción de la preparación académica del maestro
  - ¿Qué carrera estudió?
  - ¿Cuenta con algún posgrado?
  - ¿Ha cursado algún diplomado o curso de capacitación y/o actualización?
  - Tiempo que lleva como docente
  - ¿En qué grados y cuáles asignaturas ha impartido?
- Sobre la preparación del curso
  - ¿Qué tomó en cuenta para la preparación de su curso? (materiales, actividades, dinámicas, visitas, etc.)
  - ¿Cómo evalúa?
- Agradecimiento